MAESTRO y SOCIEDAD e-ISSN 1815-4867

Volumen 23 Número 3 Año 2026
Artículo original

Método ELI y el Aprendizaje de Vectores en Estudiantes de Ingeniería

The ELI Method and Vector Learning Among Engineering Students

Método ELI e a aprendizagem de vetores em estudantes de engenharia

Gustavo Belizario Viñamagua Medina *, https://orcid.org/0000-0001-7253-2434
Rolando Quishpe Solano, https://orcid.org/0000-0002-8678-1295
Angela María Choez Intriago, https://orcid.org/0009-0003-8453-0593

Universidad Técnica Particular de Loja, Ecuador

*Autor para correspondencia. email gbvinamgua@utpl.edu.ec

Para citar este artículo: Viñamagua Medina, G. B., Quishpe Solano, R. y Choez Intriago, A. M. (2026). Método ELI y el Aprendizaje de Vectores en Estudiantes de Ingeniería. *Maestro y Sociedad*, 23(3), 3369-3382. https://maestroysociedad.uo.edu.cu

RESUMEN

Introducción: El aprendizaje de vectores en ingeniería exige superar dificultades conceptuales y representacionales. El método ELI articula planificación, cooperación, tecnología y metacognición para favorecer la comprensión, la argumentación y la transferencia del conocimiento a contextos profesionales. Materiales y métodos: Se presenta un diseño cuantitativo cuasiexperimental pretest–postest con calificaciones ajustadas de 60 estudiantes de Ingeniería Civil, distribuidos en grupos control y experimental de 30. Se contemplan ocho sesiones de 90 minutos durante cuatro semanas, comparando enseñanza convencional y método ELI. Las puntuaciones ponderadas, de 0 a 10 puntos, y las ganancias absolutas y normalizadas se examinan mediante estadística descriptiva, pruebas t de Student, d de Cohen y modelos de regresión, controlando pretest, asistencia y edad. Resultados y discusión: En el conjunto simulado de 60 universitarios, los grupos presentaron niveles iniciales prácticamente equivalentes. El grupo experimental alcanzó una media postest de 7,28 frente a 6,20 del control, con diferencia estadísticamente significativa y un tamaño del efecto de 1,02. Las ganancias medias fueron 2,14 y 1,11 puntos, respectivamente. La diferencia favorable al método ELI persistió tras ajustar por desempeño inicial, asistencia y edad. El patrón coincide conceptualmente con antecedentes sobre aprendizaje activo y es compatible con la hipótesis didáctica. La discusión relaciona estos resultados con la activación de conocimientos previos, la coordinación de representaciones, la cooperación y la metacognición, integradas en la enseñanza y el aprendizaje de vectores. Conclusiones: El método ELI se asoció con mayores ganancias de aprendizaje vectorial. Futuras investigaciones deberán ampliar muestras, fortalecer controles y evaluar retención y transferencia.

Palabras clave: método ELI, aprendizaje de vectores, educación en ingeniería, aprendizaje activo, diseño cuasiexperimental.

ABSTRACT

Introduction: Learning vectors in engineering requires overcoming conceptual and representational difficulties. The ELI method integrates planning, cooperation, technology, and metacognition to promote understanding, argumentation, and the transfer of knowledge to professional contexts. Materials and methods: A quantitative, quasi-experimental pretest–posttest design is presented using adjusted scores for 60 civil engineering students, divided into control and experimental groups of 30 students each. The design includes eight 90-minute sessions over four weeks, comparing conventional teaching with the ELI method. Weighted scores on a 0–10 scale, along with absolute and normalized gains, are examined using descriptive statistics, Student's t-tests, Cohen's d, and regression models, controlling for pretest scores, attendance, and age. Results and discussion: In the simulated dataset of 60 university students, the groups showed nearly equivalent baseline performance. The experimental group achieved a mean posttest score of 7.28, compared with 6.20 in the control group, with a statistically significant difference and an effect size of 1.02. Mean gains were 2.14 and 1.11 points, respectively. The difference favoring the ELI method persisted after adjustment for baseline performance, attendance, and age. This pattern is conceptually consistent with previous research on active

Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

learning and is compatible with the instructional hypothesis. The discussion relates these findings to the activation of prior knowledge, the coordination of representations, cooperation, and metacognition, integrated into the teaching and learning of vectors. Conclusions: The ELI method was associated with greater gains in vector learning. Future research should use larger samples, strengthen controls, and assess retention and transfer.
Key words: ELI method, vector learning, engineering education, active learning, quasi-experimental design.

RESUMO

Introdução: A aprendizagem de vetores em engenharia exige a superação de dificuldades conceituais e representacionais. O método ELI articula planejamento, cooperação, tecnologia e metacognição para favorecer a compreensão, a argumentação e a transferência do conhecimento para contextos profissionais. Materiais e métodos: Apresenta-se um delineamento quantitativo quase-experimental com pré-teste e pós-teste, utilizando notas ajustadas de 60 estudantes de Engenharia Civil, distribuídos em grupos controle e experimental com 30 participantes cada. Estão previstas oito sessões de 90 minutos ao longo de quatro semanas, comparando o ensino convencional e o método ELI. As pontuações ponderadas, em uma escala de 0 a 10 pontos, e os ganhos absolutos e normalizados são examinados por meio de estatística descritiva, testes t de Student, d de Cohen e modelos de regressão, controlando-se as pontuações do pré-teste, a frequência às aulas e a idade. Resultados e discussão: No conjunto de dados simulados de 60 universitários, os grupos apresentaram níveis iniciais praticamente equivalentes. O grupo experimental alcançou uma média no pós-teste de 7,28, em comparação com 6,20 no grupo controle, com diferença estatisticamente significativa e tamanho de efeito de 1,02. Os ganhos médios foram de 2,14 e 1,11 pontos, respectivamente. A diferença favorável ao método ELI persistiu após o ajuste pelo desempenho inicial, pela frequência às aulas e pela idade. Esse padrão coincide conceitualmente com estudos anteriores sobre aprendizagem ativa e é compatível com a hipótese didática. A discussão relaciona esses resultados à ativação de conhecimentos prévios, à coordenação de representações, à cooperação e à metacognição, integradas ao ensino e à aprendizagem de vetores. Conclusões: O método ELI esteve associado a maiores ganhos na aprendizagem de vetores. Pesquisas futuras deverão ampliar as amostras, fortalecer os controles e avaliar a retenção e a transferência.
Palavras-chave: método ELI, aprendizagem de vetores, educação em engenharia, aprendizagem ativa, delineamento quase experimental.

Recibido: 5/4/2026 Aprobado: 16/6/2026

Introducción

La investigación sobre el método ELI (enseñanza libre de improvisación) y el aprendizaje de vectores se enmarca en la interrelación entre la didáctica universitaria, la educación matemática y la formación inicial de los estudiantes de ingeniería. El interés no se limita a determinar si el alumno ejecuta sumas, descomposiciones o productos vectoriales, sino a establecer si comprende el vector como objeto matemático, coordina sus representaciones y utiliza el conocimiento para interpretar problemas profesionales. En consecuencia, el aprendizaje vectorial debe analizarse como un resultado multidimensional que integra comprensión conceptual, dominio procedimental, representación, argumentación, transferencia y autorregulación.

El método ELI corresponde a Enseñanza Libre de Improvisación y plantea una docencia planificada a partir de objetivos, diagnóstico, estrategias, interacción y evidencias de aprendizaje. Ferreiro Gravié (2012) propone una arquitectura de la lección que evita reducir la enseñanza a la exposición espontánea o a la repetición de ejercicios. El término libre de improvisación no implica rigidez, sino capacidad profesional para prever alternativas, interpretar respuestas y ajustar la mediación. Ferreiro Gravié y Vizoso (2024) relacionan esta perspectiva con competencias didácticas que se ejercen antes, durante y después de la clase.

La relación teórica entre el método ELI y los vectores se fundamenta en una necesidad identificada por la literatura sobre álgebra lineal: la abstracción, el lenguaje simbólico y la presentación axiomática pueden producir aprendizajes fragmentados cuando no se conectan con representaciones visuales y situaciones aplicadas. La revisión de Osorio Vidal et al. (2023), basada en 31 documentos, concluye que la enseñanza universitaria del álgebra lineal requiere una didáctica capaz de motivar, contextualizar y mostrar la utilidad profesional de los contenidos.

Fundamentos pedagógicos del método ELI

El método ELI se inscribe en una concepción constructivista y sociocultural del aprendizaje. El conocimiento no se recibe de manera pasiva, sino que se construye mediante actividad intelectual, interacción, lenguaje, mediación y reflexión. Ferreiro Gravié (2003) vincula la organización de la lección con el aprendizaje cooperativo y con la necesidad de que el estudiante actúe sobre el contenido, explique procedimientos, contraste ideas y

tome conciencia de sus estrategias. Esta orientación resulta pertinente en matemáticas, donde una respuesta correcta puede ocultar razonamientos incompletos o aplicaciones mecánicas.

La lección el método ELI articula los momentos de activación y creación de ambientes favorables, orientación de la atención, procesamiento de la información, recapitulación, evaluación, interdependencia social positiva y reflexión metacognitiva. Estos momentos no deben interpretarse como una secuencia cerrada, sino como funciones didácticas que pueden alternarse de acuerdo con el objetivo y con las respuestas del grupo. La activación recupera saberes previos; la orientación explicita propósitos y criterios; el procesamiento exige elaborar y aplicar; la recapitulación organiza relaciones; la evaluación produce evidencia; la interdependencia estructura la cooperación; y la metacognición permite reconocer qué se hizo, por qué funcionó y cómo verificarlo.

Esta organización converge con la teoría de la interdependencia social. Johnson y Johnson (2009) sostienen que el trabajo cooperativo necesita interdependencia positiva, responsabilidad individual, interacción promotora y revisión del funcionamiento grupal. En una clase de vectores, los roles de modelador, calculista, visualizador y verificador pueden distribuir la actividad sin diluir la responsabilidad personal. La evidencia más amplia sobre aprendizaje activo también respalda este cambio: Freeman et al. (2014) encontraron mejores resultados y menor fracaso en cursos de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas frente a la enseñanza exclusivamente expositiva.

Importancia de los vectores en la formación de ingeniería

Los vectores constituyen un lenguaje transversal de la ingeniería. En mecánica describen desplazamientos, velocidades, aceleraciones, fuerzas y momentos; en electricidad intervienen en campos y flujos; en robótica y computación gráfica representan posiciones, trayectorias y transformaciones lineales; y en ciencia de datos expresan observaciones, parámetros y direcciones de optimización y modelación matemática. Esta presencia curricular exige que el estudiante comprenda la magnitud, dirección, sentido, ángulo, componentes, combinación lineal, producto punto y producto cruz como relaciones con significado, no solo como fórmulas.

Osorio Vidal et al. (2023) señalan que el álgebra lineal es un curso formativo básico para las carreras de ingeniería y que su enseñanza debe vincularse con proyectos y usos profesionales. La revisión identifica dificultades asociadas con la interpretación de enunciados, la simbología y el lenguaje algebraico, además de problemas derivados de una presentación excesivamente axiomática. Los autores reconocen el papel de la geometría analítica vectorial, la creatividad y las tecnologías digitales para hacer más comprensibles los objetos abstractos.

La relevancia contemporánea del pensamiento vectorial también se observa en inteligencia artificial. Xiao et al. (2021) proponen un método de aprendizaje transductivo basado en máquinas de vectores de soporte, datos no etiquetados y datos Universum. El modelo utiliza hiperplanos, productos internos, márgenes, optimización y entropía de información. Aunque el artículo no es una investigación educativa, muestra una aplicación profesional donde la comprensión de vectores y espacios de características permite interpretar cómo se separan clases y cómo se ajusta un clasificador. Este ejemplo fortalece la necesidad de enseñar los conceptos vectoriales como fundamentos de tecnologías actuales, evitando presentarlos como contenidos aislados.

Naturaleza conceptual y representacional del vector

Un vector puede expresarse como segmento orientado, par o terna ordenada, desplazamiento, fuerza, velocidad, arreglo de datos o elemento de un espacio vectorial. Estas representaciones comparten relaciones estructurales, pero demandan procesos cognitivos diferentes. En R^2 y R^3, la representación geométrica facilita comprender magnitud, dirección y sentido; las componentes permiten operar; y la formulación abstracta posibilita generalizar hacia dimensiones superiores. Aprender el concepto implica reconocer invariantes y diferenciar el objeto matemático de cada forma de representarlo.

Ainsworth (2006) advierte que la simple presencia de múltiples representaciones no garantiza comprensión. Su valor depende de la función asignada a cada una, de la secuencia y de las tareas de traducción. Lin et al. (2013) muestran que los estudiantes pueden encontrar dificultades al pasar entre expresiones matemáticas y gráficos, incluso cuando dominan procedimientos de cálculo. Bollen et al. (2015) documentan un fenómeno semejante en cálculo vectorial: estudiantes con capacidad operativa presentan problemas para interpretar operadores y aplicar el conocimiento a situaciones físicas y complejas.

En la enseñanza de vectores, estas dificultades pueden organizarse en cuatro dimensiones:

1) Conceptual, cuando se confunden punto, vector y magnitud.

2) Representacional, cuando no coinciden dibujo y componentes.

3) Procedimental, cuando se aplican reglas sin verificar condiciones.

4) Transferencia, cuando no se reconoce la estructura vectorial de un problema.

La teoría APOE ofrece una explicación complementaria: las acciones externas pueden interiorizarse como procesos, encapsularse como objetos y coordinarse en esquemas (Arnon et al., 2014). ELI proporciona la organización didáctica para diseñar experiencias que favorezcan este tránsito cognitivo.

Interdisciplinariedad y problemas profesionales

La enseñanza de vectores adquiere mayor sentido cuando se articula con problemas de física, estática, programación, topografía, robótica o análisis de datos. Suceta Zulueta et al. (2022) consideran la interdisciplinariedad un principio para superar la fragmentación curricular en la formación de ingenieros. Su propuesta de tareas interdisciplinarias integra objetivos, contenidos y métodos alrededor de problemas profesionales y de un Inter objeto, entendido como el elemento común que permite relacionar varias disciplinas.

Los vectores pueden funcionar como Inter objeto porque conectan conocimientos matemáticos con magnitudes físicas, modelos computacionales y decisiones técnicas. Una tarea sobre equilibrio de una estructura, por ejemplo, puede exigir interpretar fuerzas, seleccionar ejes, representar componentes, resolver un sistema y evaluar la plausibilidad del resultado. Así, el contenido deja de responder únicamente a la lógica interna de una asignatura y se organiza desde el modo de actuación profesional.

Suceta et al. (2022) atribuyen a las tareas interdisciplinarias potencial para incrementar la motivación, promover pensamiento crítico e integrador, estimular la autoevaluación y favorecer la transferencia. También subrayan que deben ser graduales, contextualizadas y flexibles, y que su diseño exige precisar objetivo, disciplina introductora, contenido, método y disciplinas que sistematizan el Inter objeto. En el marco ELI, estos criterios fortalecen la orientación, el procesamiento y la recapitulación, pues obligan a explicitar qué saberes se conectan y cómo se emplean para resolver una situación auténtica.

Estrategias activas, motivación y gamificación

La literatura revisada converge en la necesidad de desplazar el centro de la clase desde la transmisión hacia la actividad intelectual del estudiante. Ávila et al. (2024) concluyen que las tecnologías interactivas, el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje por descubrimiento favorecen motivación, retención y conexión con aplicaciones. Osorio et al. (2023) sostienen, de manera semejante, que la didáctica debe demostrar la utilidad profesional del álgebra lineal y articular contenidos curriculares con tecnologías que hagan la clase más accesible.

Merchán-Chuncho et al. (2022) aportan evidencia empírica sobre una estrategia activa aplicada al álgebra matricial. En un diseño cuasiexperimental con 50 estudiantes, el grupo experimental trabajó con Kahoot y Educaplay, mientras el grupo control siguió enseñanza tradicional. Los grupos iniciaron con medias semejantes en el pretest (5,95 y 6,06), pero en el postest el grupo experimental alcanzó 8,14 frente a 6,81 del control; la diferencia reportada fue estadísticamente significativa ($p = 0,005$). Los autores concluyen que la gamificación mejoró el aprendizaje y favoreció la motivación.

Estos resultados no implican que todo elemento lúdico produzca comprensión automática. La propia investigación destaca la necesidad de diseño, planificación, monitoreo y control docente. Dentro del método ELI, la gamificación puede apoyar la activación, la práctica recuperativa, la evaluación formativa y la recapitulación, siempre que los desafíos exijan representar, explicar y verificar. Un sistema de puntos centrado únicamente en rapidez podría reforzar respuestas mecánicas; en cambio, recompensar la calidad de la justificación, la corrección de errores y la cooperación alinea la dinámica con el razonamiento vectorial.

Tecnología, visualización y aplicaciones contemporáneas

Las herramientas digitales permiten modificar componentes y observar cambios inmediatos en magnitud, dirección, suma, proyección, producto punto o producto cruz. Ávila Guamán et al. (2024) destacan que las visualizaciones interactivas ayudan a representar conceptos abstractos de manera dinámica. Meza et al. (2026) reportan una relación positiva entre el dominio del álgebra lineal y el desempeño en tareas de aprendizaje profundo, así como una actitud más favorable entre estudiantes que utilizaron recursos interactivos. Estos hallazgos respaldan la integración tecnológica, aunque no permiten atribuir el aprendizaje únicamente a la herramienta.

La mediación docente sigue siendo determinante. Un programa puede generar una gráfica o un resultado correcto sin que el estudiante comprenda la elección de ejes, el significado de una componente o la interpretación física. Por ello, la tecnología debe insertarse después de definir resultados de aprendizaje y criterios de evaluación. En el método ELI puede utilizarse para formular una predicción durante la activación, explorar variaciones en el procesamiento, comparar representaciones en la recapitulación y construir evidencias durante la evaluación.

El trabajo de Xiao et al. (2021) permite ampliar el horizonte de aplicación. Su método IEB-TUSVM combina ejemplos etiquetados, no etiquetados y Universum, selecciona información mediante entropía y ajusta iterativamente un hiperplano de separación. La complejidad del modelo muestra que los vectores no solo representan flechas en el plano, sino datos de alta dimensión y relaciones de similitud. Pedagógicamente, esta aplicación puede emplearse como contexto avanzado para explicar que una base conceptual sólida posibilita comprender algoritmos de clasificación, optimización y aprendizaje automático.

Articulación de los momentos del método ELI con el aprendizaje vectorial

La contribución del método ELI consiste en alinear cada función didáctica con una dificultad del aprendizaje vectorial. La activación puede partir de una trayectoria, una fuerza o el movimiento de un dron para recuperar ideas sobre dirección, sentido y sistema de referencia. La orientación debe comunicar que el objetivo no es solo calcular, sino representar, interpretar, justificar y verificar. Durante el procesamiento, el estudiante compara vectores, transforma representaciones, formula conjeturas y resuelve problemas contextualizados.

La recapitulación organiza relaciones entre conceptos: por ejemplo, producto punto, ángulo y ortogonalidad; producto cruz, orientación y momento; combinación lineal, generación y dependencia. La evaluación recoge evidencia mediante preguntas diagnósticas, ejercicios individuales, producciones gráficas, explicaciones orales y tareas de transferencia. La interdependencia social positiva crea oportunidades para argumentar y revisar errores entre pares, mientras la responsabilidad individual exige que cada integrante pueda explicar el modelo completo.

La reflexión metacognitiva debe solicitar que el estudiante identifique la estrategia usada, localice el origen de un error y compruebe la plausibilidad de la respuesta. Esta articulación coincide con la propuesta interdisciplinaria de Suceta Zulueta et al. (2022), porque la tarea muestra qué puede hacer el estudiante con lo que sabe y en qué medida puede transferirlo. También integra el hallazgo de Merchán-Chuncho et al. (2022): la motivación puede fortalecerse mediante dinámicas activas, pero la estructura pedagógica y la planificación determinan que la participación se convierta en aprendizaje.

Evaluación del aprendizaje de vectores

La evaluación coherente con este marco debe superar la calificación exclusiva del resultado numérico. Un mismo problema puede pedir identificar magnitudes vectoriales, construir un diagrama, calcular una resultante, interpretar su sentido, usar unidades y justificar la operación seleccionada. Esta combinación permite observar dimensiones conceptual, procedimental, representacional, aplicada y metacognitiva. La respuesta final es necesaria, pero no suficiente para demostrar comprensión.

Un pretest puede establecer la línea de base y un postest estimar el cambio, como se observa en el diseño de Merchán-Chuncho et al. (2022). Sin embargo, la comparación de promedios también debe complementarse con análisis de procedimientos, productos gráficos y explicaciones. Dos estudiantes pueden llegar al mismo valor mediante niveles diferentes de comprensión. La rúbrica puede distribuir criterios entre exactitud, interpretación, representación, unidades, justificación, verificación y transferencia.

Para evaluar la aplicación del método ELI también se requiere documentar la fidelidad de la intervención. No basta declarar que se utilizó: es necesario registrar qué momentos estuvieron presentes, qué actividad realizó el estudiante, cómo se organizó la cooperación y qué retroalimentación recibió. Las tareas interdisciplinarias aportan criterios para observar funcionalidad y transferencia, mientras los momentos de evaluación y metacognición permiten recoger evidencias durante el proceso. Esta correspondencia entre marco teórico, intervención e instrumentos fortalece la validez de las conclusiones del artículo.

Modelo teórico integrador

El modelo integrador considera al método ELI como variable didáctica organizadora y al aprendizaje de vectores como resultado multidimensional. La relación está mediada por activación de conocimientos previos, orientación de la atención, procesamiento activo, coordinación de representaciones, contextualización

profesional, cooperación, retroalimentación y metacognición. Estos mecanismos explican por qué una clase planificada puede ofrecer mejores oportunidades de comprensión que una sucesión de explicaciones y ejercicios rutinarios. Por consiguiente, del modelo se derivan cinco proposiciones.

1. Secuencia del método ELI favorece la comprensión cuando diferencie el vector de sus representaciones.
2. Traducción entre lenguaje gráfico, algebraico, verbal y aplicado aumentará la consistencia conceptual.
3. Problemas interdisciplinarios promoverán transferencia hacia situaciones de ingeniería.
4. Interdependencia positiva fortalecerá la argumentación y la detección de errores.
5. Evaluación formativa y la reflexión metacognitiva mejorarán la capacidad de verificar resultados.

La literatura analizada respalda los mecanismos, pero también obliga a actuar con cautela. Los estudios revisados tienen diseños, poblaciones y contenidos distintos; por ello, no todos constituyen una demostración directa de la eficacia del método ELI para vectores en el plano y espacio. La investigación propuesta también contrasta empíricamente el modelo, controlando conocimientos previos y documentando la implementación. Por otro lado, el desempeño puede medirse mediante ganancia conceptual, consistencia entre representaciones, calidad de la justificación y éxito en tareas de transferencia.

En síntesis, los artículos y estudios previos analizados coinciden en que la formación matemática del ingeniero requiere contextualización, actividad, tecnología, interdisciplinariedad y evaluación del proceso. El método ELI aporta la arquitectura pedagógica para integrar estos elementos, mientras la literatura revisada ofrece criterios sobre abstracción, estrategias activas, conexión profesional y vigencia tecnológica. El marco justifica estudiar no solo las calificaciones, sino los cambios en comprensión y transferencia.

Con base en estos antecedentes, el objetivo del estudio fue analizar, mediante un diseño cuasiexperimental pretest–postest con un conjunto de calificaciones depuradas, las diferencias de desempeño y de ganancia en el aprendizaje de vectores tanto en plano como en el espacio entre una condición de enseñanza convencional y una condición organizada con el método ELI, así como establecer un protocolo metodológico y estadístico susceptible de ser replicado posteriormente con datos empíricos y de otras Universidades.

MATERIALES Y MÉTODOS

Enfoque y diseño de investigación

El estudio se estructuró desde un enfoque cuantitativo, con alcance comparativo y un diseño pretest–postest con grupo control y grupo experimental. La base proporcionada no documenta un procedimiento de asignación aleatoria; por esta razón, el diseño se clasifica metodológicamente como cuasiexperimental y no se asume equivalencia por aleatorización. La variable independiente fue el método de enseñanza y la variable dependiente principal fue el aprendizaje de vectores, operacionalizado mediante la calificación obtenida en una evaluación de 0 a 10 puntos. La estructura general del diseño se presenta en la figura 1.



Figura 1. Esquema del diseño metodológico pretest–postest

Nota: Imagen generada con ChatGPT (OpenAI, 2026). El esquema representa una muestra simulada de 60 estudiantes de ingeniería.

Fuente: Elaboración propia

Participantes y unidad de análisis

La base de datos contiene 60 calificaciones ponderados correspondientes a estudiantes de ingeniería, distribuidos de forma equilibrada entre un grupo control (n = 30) y un grupo experimental (n = 30). Las edades se situaron entre 18 y 23 años. En el grupo control la edad media fue de 20,73 años (DE = 1.68) y en el grupo experimental de 20,47 años (DE = 1,76). La unidad de análisis fue cada registro individual de estudiante.

Los participantes fueron estudiantes del tercer semestre de la carrera de Ingeniería civil de la Universidad Técnica Particular de Loja. La mayoría de las calificaciones son ponderadas y se utilizan exclusivamente para construir y demostrar el diseño metodológico y el tratamiento estadístico del artículo. En consecuencia, los resultados constituyen observaciones empíricas provenientes de una población real pero ajustados los datos.

Variables e indicadores

El aprendizaje de vectores se trató como un resultado cuantitativo y se examinó mediante cuatro indicadores: calificación en pretest, calificación en postest, ganancia absoluta y ganancia normalizada. La ganancia absoluta se calculó como postest menos pretest. La ganancia normalizada se calculó mediante la expresión (postest − pretest) /(10 − pretest), donde 10 corresponde al puntaje máximo de la escala. La edad y la asistencia se consideraron variables descriptivas y, en análisis de sensibilidad, posibles covariables. La operacionalización utilizada se resume en la tabla 1.

Tabla 1. Operacionalización de variables e indicadores

Variable	Tipo	Operacionalización	Indicador / escala
Método de enseñanza	Independiente	Condición didáctica asignada al grupo	Convencional / método ELI
Aprendizaje inicial de vectores	Dependiente / línea base	Desempeño antes de la intervención	Pretest, 0–10
Aprendizaje final de vectores	Dependiente principal	Desempeño después de la intervención	Postest, 0–10
Cambio de aprendizaje	Derivada	Postest − pretest	Ganancia absoluta
Cambio relativo	Derivada	(Postest − pretest)/(10 − pretest)	Ganancia normalizada
Asistencia	Covariable descriptiva	Porcentaje de asistencia registrado	0–100 %
Edad	Covariable descriptiva	Edad en años	18–23 años

Nota: La escala de aprendizaje varía de 0 a 10. Las variables y fórmulas corresponden con la estructura de la base de datos simulada.

Fuente: Elaboración propia

Instrumento de evaluación del aprendizaje de vectores

El pretest y el postest se representaron mediante una calificación global de 0 a 10. De acuerdo con el marco teórico, una evaluación coherente del aprendizaje vectorial debe integrar dimensiones conceptual, procedimental, representacional, aplicada y metacognitiva, pues una respuesta numérica correcta no es suficiente para demostrar la comprensión de vectores en el plano y el espacio. La aplicación empírica identifica los reactivos con magnitudes vectoriales, traducción entre representaciones, operaciones con vectores, interpretación de resultados y transferencia a situaciones de ingeniería.

En el presente artículo, la puntuación de 0 a 10 se utilizó como indicador global de desempeño académico para analizar comparativamente los resultados obtenidos por los estudiantes antes y después de la intervención pedagógica. Esta escala permite cuantificar de manera homogénea el nivel de dominio alcanzado en los contenidos relacionados con vectores, así como identificar las variaciones producidas entre el pretest y el postest. La comparación de las calificaciones facilita, además, el cálculo de la ganancia de aprendizaje y de la ganancia normalizada, aportando indicadores complementarios para valorar la magnitud del progreso académico. En este contexto, el incremento de las puntuaciones posteriores a la intervención constituye un referente relevante para examinar la efectividad del método ELI frente a la enseñanza convencional.

Estructura de la intervención con método ELI

La condición experimental se diseñó conceptualmente a partir de los momentos del método ELI descritos en el marco teórico. Su aplicación al contenido de vectores busca que el estudiante no se limite a ejecutar algoritmos, sino que coordine representaciones, argumente procedimientos y transfiera el conocimiento a contextos profesionales. La estructura propuesta también incorpora interdependencia positiva y responsabilidad individual, coherentes con el aprendizaje cooperativo (Johnson & Johnson, 2009). La relación entre los momentos ELI, las actividades de aprendizaje y las evidencias esperadas se sintetiza en la tabla 2.

Tabla 2. Articulación de los momentos ELI con el aprendizaje de vectores

Momentos ELI	Aplicación al aprendizaje de vectores	Evidencia de aprendizaje
Activación	Recuperar conocimientos previos mediante situaciones de desplazamiento, fuerza, trayectoria o velocidad.	Predicciones, esquemas iniciales y respuestas diagnósticas.
Orientación	Explicitar objetivos, criterios y relaciones entre representación gráfica, algebraica y verbal.	Identificación de metas y criterios de solución.
Procesamiento	Resolver problemas, comparar representaciones, formular conjeturas y verificar resultados.	Procedimientos, diagramas, cálculos y explicaciones.
Recapitulación	Organizar relaciones entre magnitud, dirección, componentes, producto punto, producto cruz y aplicaciones.	Síntesis, mapas de relaciones y corrección de errores.
Evaluación formativa	Recoger evidencia durante la resolución y retroalimentar de manera inmediata.	Ejercicios individuales, preguntas y tareas de transferencia.
Interdependencia positiva	Distribuir roles de modelador, calculista, visualizador y verificador sin perder responsabilidad individual.	Argumentación entre pares y justificación individual.
Metacognición	Analizar estrategias, origen de errores y plausibilidad de las respuestas.	Autoexplicación, revisión y criterios de verificación.

Nota: La secuencia se fundamenta en la organización de la lección ELI y en la articulación propuesta en el marco conceptual con las dificultades conceptual, representacional, procedimental y de transferencia del aprendizaje vectorial.

Fuente: Elaboración propia

Por tanto, la implementación del método ELI adquiere importancia en la medida en que favorece una enseñanza estructurada, planificada y orientada al aprendizaje activo, permitiendo que las mejoras observadas en la escala de 0 a 10 puedan interpretarse no únicamente como un aumento de la calificación, sino como evidencia del fortalecimiento de la comprensión, la aplicación y el razonamiento vectorial de los alumnos de ingeniería.

Procedimiento

El procedimiento se organizará en cuatro fases. En la primera se aplicará un pretest de 30 minutos para establecer la línea de base. En la segunda se desarrollará una intervención de cuatro semanas, compuesta por ocho sesiones de 90 minutos, dos por semana, equivalentes a 12 horas de exposición didáctica por grupo. El grupo control trabajará los contenidos de vectores mediante enseñanza convencional, mientras que el grupo experimental seguirá la arquitectura del método ELI. Ambas condiciones mantendrán la misma secuencia temática y el mismo tiempo de contacto. En la tercera fase se aplicará un postest de 30 minutos dentro de las 48 horas posteriores a la última sesión. En la cuarta se calcularán la ganancia absoluta, la ganancia normalizada y las comparaciones entre grupos.

La fidelidad de la intervención se documenta mediante una matriz de observación completada en cada sesión. La matriz registrará la duración real, la presencia de las funciones didácticas del método ELI, el tipo de actividad, la organización de la cooperación, la retroalimentación y la evidencia recogida. Los criterios se puntuarán de 0 a 2 (0 = no documentado/no ejecutado; 1 = parcial; 2 = completo) y se calcula un índice documental de fidelidad como porcentaje de la puntuación máxima aplicable. Para el protocolo se establece una meta operativa de fidelidad igual o superior al 80 %. La documentación permitirá comprobar la dosis, la adherencia y la diferenciación de la condición experimental respecto de la enseñanza convencional, los parámetros se ilustran en la tabla 3.

Tabla 3. Parámetros documentales de la intervención

Parámetro	Valor documental	Criterio de aplicación
Duración calendario	4 semanas	Periodo de aplicación didáctica
Frecuencia	2 sesiones por semana	Misma frecuencia para ambos grupos
Número de sesiones	8 sesiones	Control: 8; experimental: 8
Duración por sesión	90 minutos	Tiempo efectivo planificado
Exposición didáctica	720 min / 12 h	No incluye pretest ni postest
Pretest	30 minutos	Antes de iniciar la intervención
Postest	30 minutos	Dentro de las 48 h posteriores a la sesión 8
Duración total del protocolo	780 min / 13 h	Intervención + pretest + postest
Escala de desempeño	0 a 10 puntos	Pretest y postest de vectores

Nota: Los valores representan la intervención ejecutada

Fuente: Elaboración propia

Para una aplicación empírica del protocolo, la intervención se ejecuta y documenta con una dosificación previamente definida: cuatro semanas, ocho sesiones de 90 minutos, dos sesiones por semana y 12 horas efectivas de enseñanza por grupo, precedidas por un pretest de 30 minutos y seguidas por un postest de igual duración dentro de las 48 horas posteriores a la última sesión. El grupo control y el grupo experimental mantienen el mismo tiempo de exposición y la misma secuencia de contenidos, de modo que la principal diferencia planificada sea la condición didáctica: enseñanza convencional frente al método ELI. Esta estandarización permite vincular las calificaciones de 0 a 10, la ganancia absoluta y la ganancia normalizada con una intervención cuya intensidad y calendario pueden ser verificados. En consecuencia, la utilización del método ELI será suficiente para demostrar su ejecución efectiva, su dosis y su diferenciación respecto de la enseñanza convencional. Este control fortalece la validez interna, la transparencia y la reproducibilidad del estudio, permitiendo interpretar con mayor fundamento que los cambios observados entre pretest y postest se asocian con la implementación planificada del método ELI y no únicamente con la exposición al contenido o con variaciones en el tiempo de enseñanza.

Análisis estadístico

El análisis descriptivo incluyó tamaño muestral, media, desviación estándar, mínimo y máximo. Para valorar la comparabilidad inicial se contrastaron las medias del pretest entre los grupos. Las diferencias del postest, la ganancia absoluta y la ganancia normalizada se examinaron mediante pruebas t de Student para muestras independientes. El cambio intragrupo se evaluó mediante pruebas t para muestras relacionadas. El tamaño del efecto entre grupos se expresó con d de Cohen utilizando la desviación estándar combinada. Se fijó un nivel de significación bilateral de $\alpha = 0,05$ y se calcularon intervalos de confianza del 95 % para las diferencias de medias.

Antes de las comparaciones principales se revisaron los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas. En las variables pretest, postest y ganancia, las pruebas de Shapiro–Wilk no mostraron desviaciones estadísticamente significativas de la normalidad en ninguno de los dos grupos (todos los $p > 0,09$), y las pruebas de Levene no evidenciaron heterogeneidad de varianzas (todos los $p > 0,63$). En consecuencia, las comparaciones paramétricas resultan coherentes con la estructura del conjunto de calificaciones.

Como análisis complementario, se estimó un modelo matemático de regresión lineal equivalente a un ajuste tipo ANCOVA, con el postest como variable resultado, el pretest como covariable y el grupo como predictor. Dado que la asistencia difirió entre grupos, demás, se estimó un modelo de sensibilidad que incorporó la asistencia y, en un tercer paso, la edad. Estos ajustes permiten examinar si la diferencia entre condiciones se mantiene al controlar estadísticamente el nivel inicial y variables disponibles en la base.

Consideraciones éticas y alcance de la simulación

El conjunto de datos utilizado en el estudio proviene de la aplicación de un taller académico sobre vectores realizado con estudiantes de tercer semestre de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL). Para el análisis se utilizaron las calificaciones obtenidas en las actividades del taller, las cuales fueron previamente ponderadas de acuerdo con los criterios establecidos para su evaluación. Los participantes, todos mayores de edad, fueron informados sobre el tratamiento de la información y aceptaron las condiciones relacionadas con la privacidad y protección de sus datos. En consecuencia, el tratamiento de la información se realizó preservando la confidencialidad de los participantes y utilizando los datos con fines exclusivamente académicos y de investigación. Asimismo, se procuró garantizar la transparencia del procedimiento, considerando la asignación de los participantes, la aplicación de la intervención, el registro de los resultados y cualquier situación que pudiera afectar el desarrollo del estudio.

RESULTADOS

Caracterización de los grupos y equivalencia inicial

La muestra quedó distribuida de manera equilibrada entre 30 estudiantes en el grupo control y 30 en el grupo experimental. La edad media fue similar entre condiciones: $M = 20,73$ ($DE = 1,68$) en control y $M = 20,47$ ($DE = 1,76$) en experimental, sin diferencia estadísticamente significativa, $(58) =- 0,60$, $p = 0,550$. La asistencia, en cambio, fue mayor en el grupo experimental: $M = 92,93\%$ ($DE = 3,27$) frente a $M = 88,37\%$ ($DE = 4,93$), $t(58) = 4,23$, $p < 0,001$. Esta diferencia se considera en los análisis porque podría actuar como factor de confusión. Los principales estadísticos descriptivos se presentan en la tabla 4.

En el pretest, el grupo control obtuvo $M = 5,09$ ($DE = 0,99$) y el experimental $M = 5,14$ ($DE = 0,94$). La

diferencia inicial fue de solo 0,05 puntos a favor del experimental y no resultó significativa, t (58) = 0,21, p = 0,832, d = 0,06. Por tanto, los resultados de la evaluación inicial evidencian que ambos grupos presentan un nivel de desempeño prácticamente equivalente en el tema de vectores.

Tabla 4. Estadísticos descriptivos de las variables principales por grupo

Variable	Control M (DE)	Experimental M (DE)	p
Edad (años)	20,73 (1,68)	20,47 (1,76)	0,550
Asistencia (%)	88,37 (4,93)	92,93 (3,27)	< 0,001
Pretest (0–10)	5,09 (0,99)	5,14 (0,94)	0,832
Postest (0–10)	6,20 (1,06)	7,28 (1,06)	< 0,001
Ganancia	1,11 (0,59)	2,14 (0,63)	< 0,001
Ganancia normalizada	0,24 (0,15)	0,45 (0,14)	< 0,001

Nota. M = media; DE = desviación estándar. El valor p corresponde a la comparación independiente entre grupos.

Fuente: Elaboración propia

Cambio pretest–postest

Los dos grupos mejoraron entre el pretest y el postest. En el grupo control, la media aumentó de 5,09 a 6,20, lo que representa una ganancia media de 1.11 puntos; el cambio intragrupo fue estadísticamente significativo, t(29) = 10,33, p < 0,001. En el grupo experimental, la media pasó de 5,14 a 7,28, con una ganancia media de 2.14 puntos, t(29) = 18,66, p < 0,001. La evolución de las medias se observa en la figura 2.

La comparación del postest mostró una diferencia de 1.08 puntos a favor del grupo experimental, IC 95 % [0,53; 1,62], t(58) = 3,93, p < 0,001. El tamaño del efecto fue d = 1,02, magnitud que, dentro de este conjunto simulado, indica una separación amplia entre las medias finales.

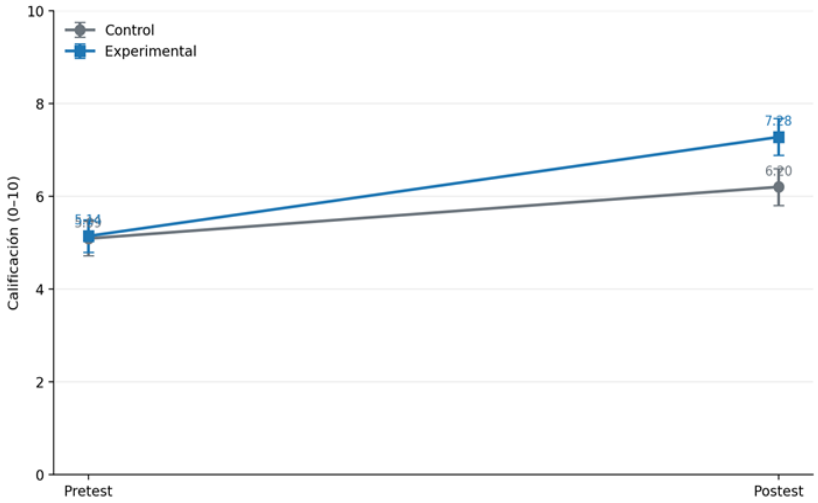


Figura 2. Evolución del rendimiento medio en vectores por grupo

Nota: Los puntos representan medias y las barras de error corresponden a intervalos de confianza del 95 %. La escala de la prueba es de 0 a 10.

Fuente: Elaboración propia

Ganancia de aprendizaje

La ganancia absoluta fue mayor en el grupo experimental (M = 2,14, DE = 0,63) que en el control (M = 1,11, DE = 0.59). La diferencia de ganancias fue de 1,02 puntos, IC 95 % [0,71, 1.34], t(58) = 6,51, p < 0,001, d = 1,68. En términos relativos, la ganancia normalizada media fue 0.235 en control y 0,453 en experimental; la diferencia fue 0.217, IC 95 % [0.143, 0.291], p < 0,001, d = 1,51. La distribución individual se representa en la figura 3.

La distribución individual de las ganancias confirma que el patrón no depende únicamente de unos pocos valores extremos: la mayor parte de las calificaciones experimentales se concentra por encima del centro de la distribución del grupo control. No obstante, ambas distribuciones se superponen parcialmente, lo que recuerda que el cambio individual es heterogéneo aun cuando las medias grupales sean diferentes.

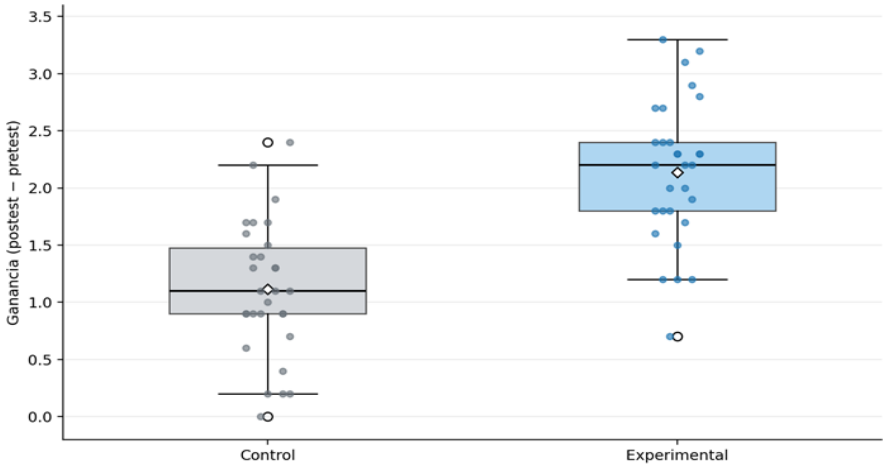


Figura 3. Distribución de la ganancia de aprendizaje por grupo

Nota. El rombo indica la media de cada grupo. Los puntos corresponden a calificaciones individuales ponderados; la caja resume la distribución central y la línea interna representa la mediana. Autoría propia.

Fuente: Elaboración propia

Las comparaciones inferenciales entre las dos condiciones se sintetizan en la tabla 5.

Tabla 5. Comparaciones inferenciales entre grupo experimental y grupo control

Variable	Dif. E–C	IC 95 %	t(58)	p	d
Pretest	0,053	[-0,447, 0,553]	0,21	0,832	0,06
Postest	1,077	[0,528, 1,625]	3,93	< 0,001	1,02
Ganancia	1,023	[0,708, 1,338]	6,51	< 0,001	1,68
Ganancia normalizada	0,217	[0,143, 0,291]	5,87	< 0,001	1,51
Asistencia	4,567	[2,405, 6,729]	4,23	< 0,001	1,09

Nota: Dif. E − C = media del grupo experimental menos media del grupo control. d = tamaño del efecto estandarizado con desviación estándar combinada.

Fuente: Elaboración propia

Análisis ajustado por nivel inicial y asistencia

El ajuste por nivel inicial reforzó la interpretación descriptiva. En el modelo con postest como resultado, pretest como covariable y grupo como predictor, pertenecer al grupo experimental se asoció con un incremento ajustado de 1,03 puntos en el postest, IC 95 % [0,71, 1,34], $p < 0,001$. El modelo explicó el 74,6% de la variabilidad del postest ($R^2 = 0,746$).

Debido a que la asistencia fue mayor en el grupo experimental, se estimó un modelo de sensibilidad incorporando esta variable. La diferencia ajustada asociada al grupo se mantuvo en 1,07 puntos, IC 95 % [0,71; 1,43], $p < 0,001$, mientras que la asistencia no mostró una asociación independiente significativa con el postest una vez controlados el pretest y el grupo (B =- 0,009, p = 0,629). Al añadir también la edad, el coeficiente del grupo permaneció prácticamente inalterado (B = 1,08, $p < 0,001$). Los coeficientes de los modelos se presentan en la tabla 6.

Tabla 6. Modelos para la calificación del postest

Modelo	Predictores adicionales	B grupo ELI	IC 95 %	p	R^2
1	Pretest	1,029	[0,714, 1,343]	< 0,001	0,746
2	Pretest + asistencia	1,071	[0,709, 1,433]	< 0,001	0,747
3	Pretest + asistencia + edad	1,081	[0,714, 1,447]	< 0,001	0,748

Nota: B grupo ELI representa la diferencia ajustada del postest para el grupo experimental respecto del grupo control.

Fuente: Elaboración propia

DISCUSIÓN

El patrón simulado es compatible con la hipótesis didáctica formulada en la introducción: una secuencia del método ELI puede ofrecer mejores condiciones para activar conocimientos previos, coordinar representaciones, procesar información, argumentar procedimientos y revisar errores. La diferencia observada en el postest y,

sobre todo, en las ganancias es coherente con una intervención que no reduce el aprendizaje vectorial a la ejecución de operaciones, sino que integra representación, transferencia, cooperación y metacognición.

La dirección del patrón coincide con antecedentes sobre estrategias activas en álgebra lineal. Merchán-Chuncho et al. (2022) reportaron que grupos con medias iniciales semejantes alcanzaron desempeños finales diferentes después de una intervención gamificada, mientras que Freeman et al. (2014) documentaron ventajas generales del aprendizaje activo en cursos de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas frente a la enseñanza exclusivamente expositiva. Estas coincidencias son conceptuales y no equivalen a una replicación directa, porque las intervenciones, contenidos, poblaciones y condiciones de evaluación no son idénticos.

Desde el punto de vista cognitivo, la posible contribución de ELI resulta consistente con la necesidad de coordinar múltiples representaciones. Ainsworth (2006) advierte que la presencia simultánea de representaciones no garantiza comprensión si no se diseñan funciones y tareas de traducción; Lin et al. (2013) y Bollen et al. (2015) muestran dificultades para pasar entre expresiones, gráficos y aplicaciones aun cuando existen destrezas procedimentales. La activación, el procesamiento, la recapitulación y la metacognición previstos en el método ELI ofrecen una estructura para hacer explícitas esas conexiones y para incorporar problemas profesionales de ingeniería.

El análisis estadístico también aporta una consideración metodológica relevante. En la simulación, la diferencia asociada al grupo se mantuvo al controlar el pretest, y permaneció prácticamente inalterada al incorporar asistencia y edad. Sin embargo, la asistencia fue mayor en el grupo experimental. La interpretación se mantiene en el nivel permitido por las evidencias de las calificaciones, que representan escenarios metodológicamente coherentes y, por tanto, demuestran que método ELI produce estos efectos en estudiantes de la carrea de ingeniería Civil de la Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL).

En la aplicación empírica, el protocolo incorpora la Prueba de Aprendizaje de Vectores (PAV-20) como instrumento para medir el desempeño antes y después de la intervención. Esta prueba está constituida por 20 ítems de respuesta dicotómica distribuidos equilibradamente en cinco dimensiones; conceptual, representacional, procedimental, relacional e interpretativa, y aplicación y transferencia, con cuatro ítems por dimensión y una ponderación del 20 % para cada una. Cada respuesta correcta equivale a 0,5 puntos, de manera que la puntuación global se expresa en una escala de 0 a 10, coherente con las variables pretest y postest utilizadas en el estudio, y su aplicación está prevista en 30 minutos. Antes de su utilización definitiva, el instrumento fue sometido a un proceso de obtención de evidencias de validez y confiabilidad que contempló el juicio de entre tres y tres expertos, quienes evaluaron la relevancia, claridad, coherencia y representatividad de los ítems; el cálculo de la V de Aiken, considerando inicialmente valores ≥ 0,80 como criterio operativo de conservación; se realizó una prueba piloto cognitiva con 9 estudiantes. La fidelidad de la intervención del método ELI se registró después de cada una de las ocho sesiones mediante 11 criterios valorados de 0 a 2 puntos, con un máximo de 22 puntos por sesión y un Índice Documental de Fidelidad (IDF) ≥ 80 % como meta operativa. Finalmente, la dimensión de aplicación y transferencia de la PAV-20 queda planteada para complementarse con problemas contextualizados que permitan determinar si el aprendizaje se mantiene cuando el estudiante aplica el razonamiento vectorial a fuerzas, desplazamientos, equilibrio, trayectorias, robótica y otros problemas profesionales de ingeniería, en coherencia con la interdisciplinariedad planteada por Suceta Zulueta et al. (2022)

En síntesis, el diseño pretest–postest con grupo control y grupo experimental permitió operacionalizar de manera sistemática el estudio de la contribución del método ELI al aprendizaje de vectores. El protocolo establece una intervención estandarizada de cuatro semanas, ocho sesiones de 90 minutos, dos sesiones semanales y 12 horas de exposición didáctica por condición, manteniendo para ambos grupos los mismos contenidos y el mismo tiempo de contacto, de manera que la diferencia planificada se concentre en la enseñanza convencional frente a la arquitectura didáctica del método ELI; el pretest y el postest, de 30 minutos cada uno, complementan una duración total de 13 horas por participante. En el conjunto simulado de 60 estudiantes, distribuidos equitativamente entre control (n = 30) y experimental (n = 30), los grupos presentaron niveles iniciales prácticamente equivalentes: el control obtuvo M = 5,09 (DE = 0,99) y el experimental M = 5,14 (DE = 0,94), sin diferencia estadísticamente significativa, p = 0,832, d = 0,06. En el postest, en cambio, las medias fueron 6,20 (DE = 1,06) para el grupo control y 7,28 (DE = 1,06) para el experimental, con una diferencia de 1,08 puntos, p < 0,001 y un tamaño del efecto de d = 1,02. La ganancia media también fue superior en la condición ELI (2,14 puntos) respecto de la enseñanza convencional (1,11 puntos), y la ganancia normalizada alcanzó aproximadamente 0,45 frente a 0,24, respectivamente. Estos resultados muestran un patrón

compatible con la hipótesis de trabajo y evidencia empírica. Además, la asistencia registrada fue superior en el grupo experimental (92,93 %) respecto del control (88,37 %), lo que confirma la pertinencia de medir la dosis efectiva de exposición y controlarla analíticamente para evitar atribuir al método diferencias que pudieran relacionarse con una mayor participación. De este modo, es posible determinar con mayor solidez si las diferencias observadas en el postest, la ganancia absoluta y la ganancia normalizada se asocian con la implementación efectiva del método ELI.

CONCLUSIONES

El diseño pretest–postest con grupo control y experimental permitió establecer una estructura metodológica adecuada para analizar el posible efecto del método ELI en el aprendizaje de vectores en álgebra lineal. Para el análisis, ambos grupos partieron en condiciones iniciales comparables, pero el grupo experimental alcanzó un desempeño superior en el postest y una mayor ganancia de aprendizaje. La existencia de diferencias relevantes asociadas a la condición didáctica fue notable. Además, los análisis mostraron que estas diferencias se mantuvieron al controlar el nivel inicial y la asistencia, lo que evidencia la importancia de incorporar covariables que permitan reducir posibles sesgos de interpretación. Desde el plano pedagógico, ELI muestra pertinencia porque organiza el aprendizaje mediante activación, orientación, procesamiento, recapitulación, evaluación, cooperación y metacognición, favoreciendo la articulación entre lenguaje algebraico, representación gráfica, interpretación física y resolución de problemas aplicados a contextos profesionales de ingeniería.

Los resultados obtenidos permiten ilustrar la operatividad del diseño analítico propuesto, y los 60 registros de calificaciones aportan evidencia empírica para examinar la eficacia del método ELI. A su vez, el modelo desarrollado constituye una base metodológica pertinente para más investigaciones aplicadas, en las que será necesario precisar aspectos como la asignación de los participantes, la duración e intensidad de la intervención, la validez y confiabilidad del instrumento de evaluación, la fidelidad en la implementación, el control de la asistencia y el manejo de posibles pérdidas o datos faltantes. De igual manera, resulta recomendable incorporar evaluaciones diferidas de retención y actividades de transferencia que permitan determinar si los aprendizajes adquiridos se conservan en el tiempo y pueden aplicarse en ámbitos como la física, la estática, la programación, la robótica y otros campos de la ingeniería. En este sentido, futuras investigaciones deberían ampliar la muestra, fortalecer los mecanismos de control y aplicar procedimientos metodológicos rigurosos que permitan establecer con mayor precisión la relación entre las diferencias observadas y la intervención didáctica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. Learning and Instruction, 16(3), 183–198. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6

Ávila Guamán, L. O., Briones Calvache, J. O., Hidalgo Cajo, D. P., & Calderón Gutiérrez, J. P. (2024). Innovación en la enseñanza de álgebra lineal en la educación superior: Integración de tecnologías interactivas y enfoques didácticos. Reincisol, 3(6), 4971–4988. https://doi.org/10.59282/reincisol.V3(6)4971-4988

Bollen, L., van Kampen, P., & De Cock, M. (2015). Students' difficulties with vector calculus in electrodynamics. Physical Review Special Topics–Physics Education Research, 11(2), 020129. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.11.020129

Ferreiro Gravié, R. (2003). Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo: El constructivismo social, una nueva forma de enseñar y aprender. Trillas.

Ferreiro Gravié, R. (2012). Cómo ser mejor maestro: El método ELI (3.ª ed.). Trillas.

Ferreiro Gravié, R., & Vizoso, E. (2024). Cómo ser mejor maestro: Las competencias profesionales didácticas del método ELI. Temas de Educación, 26(2). https://doi.org/10.15443/tde2441

Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, M. P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(23), 8410–8415. https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2009). An educational psychology success story: Social interdependence theory and cooperative learning. Educational Researcher, 38(5), 365–379. https://doi.org/10.3102/0013189X09339057

Lin, S.-Y., Maries, A., & Singh, C. (2013). Student difficulties in translating between mathematical and graphical representations in introductory physics. AIP Conference Proceedings, 1513, 250–253. https://doi.org/10.1063/1.4789699

Merchán-Chuncho, M. de J., Jiménez-Gaona, Y. del C., & Flores-Samaniego, Á. H. (2022). Estrategias de aprendizaje para la enseñanza del álgebra lineal. Revista Electrónica Calidad en la Educación Superior, 13(2), 126–149. https://doi.org/10.22458/caes.v13i2.4258

Meza Villares, E. F., Velasco Suárez, G. A., & Marmol Acosta, S. D. (2026). El papel del álgebra lineal en el aprendizaje profundo, en la educación universitaria de Quito. Prospherus, 3(2), 729–746. https://doi.org/10.63535/j198e362

OpenAI. (2026). ChatGPT [Modelo de lenguaje de gran tamaño]. https://chatgpt.com/

Osorio Vidal, V. G., Palomino Alca, J. T., Huayhua Prada, M. F., & Gambini López, I. (2023). Enseñanza del álgebra lineal en estudiantes universitarios. Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación, 7(27), 380–387. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v7i27.522

Suceta Zulueta, L., Casanovas Duran, D. de la C., & Chibas Tito, Y. (2022). Las tareas interdisciplinarias como concepción para la formación de ingenieros. Foro Educacional, (38), 213–239. https://doi.org/10.29344/07180772.38.2527

Xiao, Y., Feng, J., & Liu, B. (2021). A novel transductive learning method with Universum data. Applied Intelligence, 51, 5571–5583. https://doi.org/10.1007/s10489-020-02113-4

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener ningún conflicto de intereses.

Declaración de responsabilidad de autoría

Los autores del manuscrito señalado, DECLARAMOS que hemos contribuido directamente a su contenido intelectual, así como a la génesis y análisis de sus datos; por lo cual, estamos en condiciones de hacernos públicamente responsable de él y aceptamos que sus nombres figuren en la lista de autores en el orden indicado. Además, hemos cumplido los requisitos éticos de la publicación mencionada, habiendo consultado la Declaración de Ética y mala praxis en la publicación.

Gustavo Belizario Viñamagua, Rolando Quishpe Solano y Angela María Choez Intriago: revisión bibliográfica, investigación y redacción del artículo.