

**Título:** El trabajo con las funciones en la escuela cubana actual

**Autores:** MSc. Profesor Asistente Sergio E. Repilado.

Lic. Profesora Auxiliar Julia Stivens Destrades.

MSc. Profesora Asistente Aida María Ocejo Salvador.

**Correos electrónicos:** [sergio.repilado@ucp.sc.rimed.cu](mailto:sergio.repilado@ucp.sc.rimed.cu): [julia@ucp.sc.rimed.cu](mailto:julia@ucp.sc.rimed.cu):  
[aida.ocejo@ucp.sc.rimed.cu](mailto:aida.ocejo@ucp.sc.rimed.cu)

**Centro de Procedencia:** Universidad de Ciencias Pedagógicas “Frank País

Recibido julio 2012 - Aprobado septiembre 2012

## Resumen

Los conocimientos matemáticos tienen significación en la vida, pues la aplicación de la Matemática es fundamental en la planificación de la economía, la dirección de la producción, el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, el estudio del rendimiento de atletas, etc., invadiendo así todos los campos del saber de la humanidad por lo que su estudio en las escuelas contribuye al desarrollo multilateral de la personalidad. Entre las materias o contenidos de la enseñanza de la Matemática en las escuelas cubanas están el tratamiento de conceptos, proposiciones, métodos y procedimientos. En este trabajo se aborda, de forma general, el tratamiento a la línea directriz correspondencia – función en el transcurso de las materias escolares desde los primeros grados hasta la disciplina en la carrera.

**Palabras Claves:** línea directriz, correspondencia, variable, función, clases de funciones, aprendizaje, etapa propedéutica, etapa de asimilación del concepto.

**Title:** The place of Work in the present Cuban school

**Authors:** MSc. Assistant Profesor Sergio E. Repilado.

Lic. Auxiliar Professor Julia Stivens Destrades.

Msc. Assistant Professr Aida María Ocejo Salvador.

**Place of work:** University of Pedagogical Sciences “Frank País García”

## Abstract

Math knowledge have meaning in life, since the application of Math in fundamental in the economy planning, the direction of production, the diagnose and treatment of illness, the study of efficiency in athletes, etc, invading in this way all the fields of knowledge of humanity since its study in the schools contributes to multilateral development of the personality. Among matters and content of math teaching or subjects in the Cuban schools there are the treatment to concepts, propositions, and methods and procedures .This work

shows, the general way , the treatment to ,the guide line correspondence – function under way of the school subjects since the first grades up the discipline already in the career.

**Key words:** guide line, correspondence, variable, function, classes of functions learning, propedeutic step concept assimilation step

## Introducción

La ciencia Matemática, que generalmente en sus investigaciones busca relaciones y dependencias, da especial significado al concepto de función. Muchas situaciones prácticas que el hombre enfrenta encuentran interpretaciones y soluciones con ayuda de las funciones. Este elemento hace evidente la posibilidad que encierra este contenido para ilustrar la relación matemática- realidad objetiva y reconocerla como un medio para transformar la realidad.

El concepto función constituye centro para el tratamiento de otras unidades temáticas que proporcionan una sólida formación matemática en los estudiantes; éste brinda una contribución al desarrollo del pensamiento funcional como una forma específica del pensamiento matemático. Este concepto, implícito en la Matemática desde las primeras civilizaciones, se relaciona con términos como: valores o cantidades constantes, cantidades variables y dependencia funcional; este último término se manifiesta matemáticamente, por primera vez, en la expresión de la variación de los parámetros que determinaban un lugar geométrico, a través de una tabla numérica. (En las tablillas de barro babilónicas de la colección Plimpton, que datan del año 1900 a.n.e. se expresa cómo varía el valor de **a** cuando se asignan valores a las variables **x** e **y** en la fórmula **a= 2xy**) En una parte de la tabla se señalaban los valores fijos de una de las variables y experimentalmente, dada la condición que definiría el lugar geométrico, se encontraban los valores de la otra variable. El matemático antiguo no tenía medios suficientes para expresar de otra forma esta dependencia.

Poco a poco, en la medida en que fue progresando, el conjunto de medios a través de los cuales se podía expresar una función matemática se fue enriqueciendo considerablemente. Aparecieron primero las funciones algebraicas fundamentales, y más tarde se comenzaron a utilizar las funciones circulares o trigonométricas y en el siglo XVII las funciones logarítmicas. Todo esto a partir del avance económico, social y cultural que significó el Renacimiento y la vertiginosa introducción de los métodos matemáticos a la ciencia.

El matemático francés René Descartes (1596- 1652) en su geometría muestra que tiene la idea intuitiva de variable y función e introduce el concepto **cantidad variable** vinculando los métodos geométricos con los analíticos llegando a representar las dependencias funcionales no sólo a través de tablas, sino también, a través de gráficos y fórmulas analíticas lo que revoluciona la matemática de aquel entonces y abre nuevos horizontes a las ciencias. De Descartes apuntó Federico Engels (1979: 148): "Las mismas matemáticas, al tratar las magnitudes variables, pisan el terreno dialéctico, y es significativo que fuese un filósofo dialéctico, Descartes, quien llevó este progreso al campo matemático". abrió nuevos horizontes a la matemática que permitieron otros aportes como el de Newton relacionado con la ley de gravitación universal, hasta la definición de función por los matemáticos B. Bolzano y N. Lobachevski.

En la Matemática escolar, el estudiante se prepara desde los primeros grados para aprehender el concepto de función familiarizándose inicialmente con las correspondencias; así por ejemplo, reconoce que a cada persona le corresponde una

madre, que a cada polígono le corresponde un área, etc. Contribuyendo al desarrollo del pensamiento funcional como una forma específica del pensamiento matemático.

El pensamiento funcional se forma descubriendo o determinando cantidades variables y las relaciones que determinan unas cantidades en dependencia de las otras, descubriendo relaciones entre objetos matemáticos u objetos de la vida cotidiana, donde uno depende del otro, teniendo en cuenta una ley de formación.

Por esta razón los contenidos de la Matemática escolar se desarrollan desde edades tempranas, a largos plazos, para servir de base gnoseológica a contenidos nuevos, constituyendo ejes que se profundizan y complementan durante el proceso de formación del escolar, esta forma de complementar los contenidos se ha dado en llamar **línea directriz**.

El concepto de línea directriz se formaliza en los programas de la Matemática escolar cubana a partir de la década del 70, con el perfeccionamiento de los planes de estudio y programas de la Educación General Media, fuertemente influenciado por la escuela de la República Democrática Alemana.

A partir de la concepción de trabajo de esta escuela, es de especial significación que el profesor reconozca los principios más importantes que determinan el curso escolar de Matemática, y no se pierda en la numerosidad de conceptos, procedimientos y complejos de contenidos que se establecen en los programas. Esta razón dio lugar al agrupamiento de la materia de enseñanza por aspectos principales referidos a la transmisión de conocimientos, el desarrollo de capacidades y la formación de convicciones a partir de los objetivos de la formación general.

Una línea directriz es la agrupación de un sistema de contenidos que complementan el desarrollo de conocimientos, habilidades y hábitos necesarios para el desarrollo del pensamiento matemático de los escolares. Entre los elementos que sustentaban la existencia de las líneas directrices se destacaban la información que proporciona a los docentes sobre la forma en que se trabajan los conceptos; las condiciones previas de que se dispone para el tratamiento de los nuevos conocimientos y las que deben ser creadas para el aprendizaje de conocimientos posteriores; la contribución que debe aportarse con el tratamiento de cada unidad a los objetivos generales de la asignatura, y la forma en que deben trabajarse conceptos, procedimientos y proposiciones importantes, así como las potencialidades para la motivación que ofrece el tratamiento del contenido en unidades precedentes.

A lo largo de los años las líneas directrices se han reelaborado, restringiéndose o ampliándose según el criterio de algunos autores y han variado en números a partir de su publicación. La línea que nos ocupa ha variado poco su nombre desde su concepción inicial como: **correspondencia, transformación, función** manteniendo su denominación después del perfeccionamiento realizado en la década de los años 80 para los programas de Matemática lo cual imprimió un sello más autóctono a las transformaciones, sobre el análisis pormenorizado de la práctica anterior y una mayor adecuación al contexto cubano, sin embargo el colectivo de profesores de Metodología de la Enseñanza de la Matemática del Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona de la capital del país, al considerar que el número de líneas propuestas a raíz de las transformaciones fue excesivo lo que resultaban poco funcional para la actividad práctica de los docentes, deciden restringir el número de las mismas sobre la base del programa de Matemática que se impartía en esos momentos; la línea pasó a llamarse **correspondencia y funciones**; en los últimos años de la primera década del siglo XXI (2007- 2008) pasó a llamarse **patrones y relaciones funcionales**, no obstante no ha cambiado el contenido

que le he inherente; esta se prepara desde los primeros años de vida del niño, transcurriendo durante toda la vida escolar y se divide en dos grandes etapas:

- Etapa propedéutica.
- Etapa Explícita (de asimilación del concepto).

### Desarrollo:

#### Etapa propedéutica.

Se inicia desde los primeros años de vida y concluye en la Secundaria Básica cuando se introduce el concepto función. Constituye la preparación para el tratamiento a las funciones.

Resumen de los trabajos preparativos más importantes para el tratamiento de las funciones durante esta etapa.

CICLO	TRABAJO CON CONJUNTOS	TRABAJO CON PARES ORDENADOS	TRABAJO CON CORRESPONDENCIAS	TRABAJO CON VARIABLES Y ECUACIONES
Primer ciclo (1. – 3. Grados)	Trabajo intuitivo con conjuntos	Formación de pares numéricos en la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales	Ordenación de objetos.  A cada par numérico le corresponde un número mediante las diferentes operaciones de cálculo. Representación de números naturales en el rayo numérico.	Trabajo con variables en la introducción y desarrollo de las operaciones de cálculo en el dominio de los números naturales.
Segundo ciclo (4., 5. y 6. Grados.)	Introducción de los conceptos conjunto y subconjunto (conjunto de materia múltiplo y divisores) Relación entre conjuntos de la ampliación de los dominios numéricos. Trabajo con conjunto en la solución de ecuaciones.	Al par de números (a; b) se le llama coordenadas del punto A. Concepto fracción como par de números naturales.	Representación de números fraccionarios en el rayo numérico. A cada par de números (a; b) le corresponde un punto en el plano.  (Sistema de coordenadas). Introducción del concepto movimiento como una correspondencia especial de puntos del plano. Tratamiento de la reflexión del plano en una recta, traslación en el plano y simetría con respecto a un punto, utilizando los conceptos original e imagen. Trabajo con fórmulas para determinar el área y el volumen de figuras y cuerpos determinados.	Trabajo en la determinación de valores de la variable en igualdades y/o desigualdades. Trabajo con variables en la resolución de ecuaciones.
Secundaria Básica. (7., 8. 9.	Relaciones entre conjuntos en la ampliación de los		Representación de números racionales y reales en la recta	Trabajo en la determinación del valor de un término.

Grados)	dominios numéricos. Trabajo con conjuntos en la solución de ecuaciones.		numérica. Trabajo con fórmulas para determinar el área y el volumen de figuras y cuerpos determinados. Ampliación del concepto sistema de coordenadas rectangulares.	Trabajo con variables en la resolución de ecuaciones. Trabajo en la determinación del valor de una expresión algebraica.
---------	---	--	--	--

### **Etapas de asimilación del concepto (Explícita):**

A partir de la introducción del concepto en la Secundaria Básica hasta el tratamiento de las clases de funciones que abarca los niveles preuniversitario y universitario.

Se inicia el estudio explícito de las funciones. Para el tratamiento de las diferentes funciones en la escuela el programa exige para los alumnos los siguientes objetivos:

- Comprender el concepto de función, como correspondencia entre dos conjuntos y como conjunto de pares ordenados,
- Reconocer las diferentes formas de representar una función,
- Desarrollar habilidades en la representación gráfica de funciones, apoyándose en la representación de puntos en un plano coordenado,
- Dominar las propiedades fundamentales de las diferentes clases de funciones que se estudian,
- Reconocer la relación entre el gráfico y las propiedades de las funciones,
- Identificar ejemplos de funciones, gráficos y propiedades de funciones dadas.

En la escuela cubana se tratan diferentes tipos de clases de funciones; al analizar sus propiedades se puede apreciar que algunas propiedades esenciales son comunes para todas las clases y otras propiedades van apareciendo en la misma medida en que se estudian las clases de funciones según se muestra en la siguiente tabla:

Clases de funciones	Propiedades
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función cuadrática.</li> <li>• Función de proporcionalidad inversa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Valor máximo, mínimo (vértice)</li> <li>• Simetría</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones potenciales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Paridad.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones trigonométricas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Paridad.</li> <li>• Valor máximo, mínimo.</li> <li>• Periodicidad.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones exponenciales y logarítmicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Valor máximo, mínimo.</li> <li>• Paridad.</li> <li>• Periodicidad.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones numéricas (vinculadas a los conceptos básico del cálculo diferencial e integral)</li> <li>• Límite.</li> <li>• Continuidad.</li> <li>• Derivación.</li> <li>• Integral indefinida.</li> <li>• Integral definida.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Paridad.</li> <li>• Valor máximo, mínimo.</li> <li>• Inyectividad.</li> <li>• Diferenciabilidad.</li> <li>• Polos.</li> <li>• Comportamiento en el infinito, en el entorno de los puntos.</li> <li>• Asíntotas.</li> <li>• Extremos locales.</li> <li>• Integrabilidad.</li> </ul>

En el noveno grado se comienza el estudio de las funciones lineales, sus gráficos y propiedades. Estos conocimientos son la base para el estudio posterior de las clases de funciones. Por último se tratan las funciones cuadráticas y las funciones de proporcionalidad inversa, sus gráficos y propiedades fundamentales. Con el estudio de estas funciones se fija el concepto de función estudiado anteriormente.

En el nivel preuniversitario el estudio de las diferentes clases de funciones permite continuar la profundización de estos contenidos. Se profundiza el concepto de función al definirla como conjunto de pares ordenados. Se estudian las funciones potenciales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, así como las numéricas con sus respectivos gráficos y propiedades.

En cada uno de los programas de este nivel se destaca como característica esencial en el estudio de las funciones, el trabajo primero con las imágenes y posteriormente con las funciones, así por ejemplo, antes de las funciones potenciales se estudian las potencias y raíces; antes de las funciones trigonométricas: las razones trigonométricas en triángulos rectángulos y antes de las funciones exponenciales y logarítmicas se estudian los logaritmos.

Se continúa con el tratamiento de las funciones mediante el trabajo con cálculo diferencial e integral al estudiar, por ejemplo, función derivada, derivación de funciones, cálculo de extremos de funciones y otras posibilidades para esbozar la representación gráfica, siendo esto último realizado en el nivel superior por motivo de la simplificación de los programas.

## Conclusiones:

Una línea directriz es la agrupación de un sistema de contenidos que complementan el desarrollo de conocimientos, habilidades y hábitos necesarios para el desarrollo del pensamiento matemático de los escolares.

La línea directriz correspondencia y función se organiza desde los primeros años de la vida escolar contribuyendo a la fijación de elementos del conocimiento extraordinariamente importantes para la ciencia Matemática ya que toda investigación matemática trata de relaciones, correspondencias y funciones contribuyendo al desarrollo del pensamiento funcional como forma específica del pensamiento matemático.

Se reconocen dos fases en el tratamiento de la línea directriz: una implícita o propedéutica, antes de definir el concepto función, y otra explícita cuando se aborda el estudio de las diferentes clases de funciones y sus propiedades. Ambas fases convergen en la Secundaria Básica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Ballester Pedroso, Sergio y otros. (2003). El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Engels, Federico. (1979). Anti- Duhring. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

González, José Manuel (2003): Tratamiento metodológico de las funciones. En Ballester Pedroso y otros. Metodología de la Enseñanza de la Matemática, Tomo II Sergio. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Iglesias, S. L., & Morales, S. (2012). Plan de acciones para la instrumentación de los resultados del registro y procesamiento del rendimiento técnico-táctico en el proceso de dirección del entrenamiento deportivo del voleibol de alto nivel. Lecturas: Educación Física y Deportes, 16(164), 1-10. <https://www.efdeportes.com/efd164/registro-del-rendimiento-tecnico-tactico-en-voleibol.htm>

Sánchez Fernández, Carlos. (2000). Análisis Matemático. Tomo I. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Steinhofel, Wolfgang (1982). Tratamiento metodológico de las funciones. En: Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 3. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.