

Título: El programa Heurístico General en la resolución de ejercicios y problema matemáticos.

Autores: Prof. Asistente. MSc. Graciela Nápoles Quiñones.
Prof. Asistente. MSc. Aida Maria Ocejó Salvador.

Centro de Procedencia: Universidad de Ciencias Pedagógicas "Frank País García".
Santiago de Cuba

Recibido julio 2012 - Aprobado septiembre 2012

Resumen

El siguiente trabajo, concibe la utilización del Programa Heurístico General, para el tratamiento a la resolución de ejercicios y problemas de la Secundaria Básica actual, su esencia radica en poner en manos de los docentes, las herramientas necesarias para el adecuado tratamiento metodológico a ejercicios y problemas matemáticos, que se revierta en el modo de actuar consciente y ordenado de sus estudiantes, contribuyendo con el fin de la Educación Secundaria Básica declarado a partir del proceso de transformación.

La idea surge a partir de una problemática existente en el proceso de resolución de ejercicios y problemas matemáticos, consistente en las insuficiencias que presentan los profesores, al no tener una orientación clara y precisa de cómo proceder.

Por lo anteriormente planteado es que se asegura la significación que tiene este trabajo, constituyendo una bibliografía de ayuda para los profesores de la Secundaria Básica que imparten Matemática.

Palabras Claves: programa heurístico general, enseñanza –aprendizaje, resolución de ejercicios y problemas, reglas heurísticas

Title: The General Heuristic Program in Mathematics problems and exercises solving

Autores: Asistent Professor. MSc. Graciela Nápoles Quiñones.
Asistent Professor. MSc. Aida Maria Ocejó Salvador.

Place of work: University of Pedagogical Sciences "Frank País García".
Santiago de Cuba.

Abstract:

The following work,conceives the use of the General Heuristic Proram, for the treatment problems and exercises solving at present Junior High Scvhool,its escence takes roots in putting in the teacher's hands,the necessary tools for the adquate methodological treatment to mathemathematics exercises and problems,that could revert in an ordered and conscious way of behaviior of the students,contributing with this aim to the Senior High School Education declared when starting the process of transformation. The idea arises since the existing problems in the process of mathematics exercises and problems solving,consisting in the insuficieness that teachers present, for having no clear and occurate orientation of how to proceed. For all that was already stated is that one may assure significance this work has,constituting a bibliography that helps Junior High Teachgers that teach mathematics.

Key words: The General Heuristic Program, teaching –learning problems and exercises solving, heuristic rules,

Introducción

En el país durante los siglos XVIII y XIX el desarrollo educacional transcurrió de manera muy lenta, predominando las formas no escolarizadas en la educación, garantizando así el estado la formación de una generación de acuerdo con los intereses de las clases dominantes, ya que en las escasas escuelas existentes imperaban las concepciones pedagógicas escolásticas, más recalcitrantes, entre ellas el memorismo mecánico, el verbalismo y el dogmatismo, o sea, había ausencia de un sistema educativo con un enfoque científico coherente con las necesidades sociales de la época.

No obstante se encuentran en esta época pedagogos de avanzada como José Agustín Caballero (1762-1835), Félix Varela Morales (1789 -1853), José de La Luz y Caballero (1800 -1862) y otros como José Martí (1853 -1895) quien de una forma u otra enfrentó la necesidad de enseñar a pensar con el interés de llevar a las nuevas generaciones los resultados de un desarrollo social positivo, conformando en el propio marco de su obra todo un ideario ético - pedagógico.

La política educacional cubana sustentada en la filosofía marxista - leninista y en el pensamiento martiano tiene como fin, formar en las nuevas generaciones una concepción científica del mundo; es decir, acorde con la del materialismo dialéctico e histórico, desarrollando en toda su plenitud humana las capacidades, intelectuales, físicas y espirituales del individuo, o sea, concibe la educación como un sistema de acciones encaminadas a preparar al hombre para la vida. Consecuentemente con lo expresado José Martí planteó: "Los hombres son producto de las circunstancias y de la educación."²

Por ello se entiende que la enseñanza, sobre bases rigurosamente científicas constituye hoy una materialización y una necesidad objetiva, para formar las nuevas generaciones en el marco de la colosal batalla de ideas que libra nuestro pueblo, pues como el Comandante en Jefe expresó : "... No podrá haber jamás sociedad comunista si no se educa al hombre para vivir en esa sociedad."

Para ello ha venido desarrollándose un constante perfeccionamiento en la educación Secundaria Básica para que esté a la altura de los principios y lineamientos del Partido y el estado cubano, de los retos que impone el desarrollo vertiginoso de la ciencia y la técnica y de las exigencias crecientes que la sociedad actual demanda.

En este proceso juega un papel fundamental la auto preparación del profesor, para enfrentar los retos que trae consigo la concepción que fundamenta su desempeño, como el máximo responsable de la dirección del proceso docente - educativo que se desarrolla en la escuela, involucrando a la familia y la comunidad, y del proceso de enseñanza - aprendizaje de las asignaturas que imparte utilizando vías que propicien el diálogo, la reflexión y que promuevan el ejercicio del pensar, enseñen a sus alumnos a "aprender a aprender", técnicas de estudio y de procesamiento de información a partir de la realización de proyectos investigativos, existiendo claridad de lo que significa para él dar atención diferenciada a sus alumnos .

La Matemática, como asignatura priorizada, juega un papel determinante, pues es una de las encargadas de lograr el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes como base y parte esencial de la formación comunista, integral y armónica de la personalidad, así como de velar por el cumplimiento de la aplicación adecuada del Programa Director de la Matemática, que enmarca los aspectos comunes que se tienen que reforzar por todas las asignaturas de ciencias, entre los que se enfatiza el cálculo aritmético, el trabajo con variables y la formulación y resolución de problemas.

Para ello, los profesores de Matemática deben caracterizarse por el dominio de los enfoques metodológicos relacionados con el proceso de enseñanza – aprendizaje de la

² José Martí Obras completa T.VIII. P.281

resolución de ejercicios y problemas para saber diseñar y dirigir las actividades de manera que estimulen el aprendizaje de los alumnos.

Lo anterior se corresponde con lo planteado por el Comandante en Jefe Fidel Castro Ruz cuando expresa lo que la sociedad espera del docente:..."Profesores que sistemáticamente formen en sus alumnos los conceptos científicos sobre la naturaleza y la sociedad. De hecho, profesores estudiosos, capaces de desarrollar los planes y programas de estudios, para lo cual deben prepararse consecuentemente, y poner especial atención a la preparación metodológica programada."³

Considerando la importancia que reviste la utilización sistemática de ejercicios y problemas, para el adecuado desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática, teniendo, además, como premisa, que el docente que dirige el proceso, necesita de la orientación adecuada para poder desempeñar las funciones que hoy están vigentes en el modelo de secundaria básica y que no tiene en sus manos la bibliografía para este fin, es necesario unir a lo anterior su auto preparación cuyas características sintetizó el Comandante en Jefe cuando expresó: Es esencial la disposición que cada compañero tenga para dedicar muchas horas al estudio individual, su inquietud por saber, por mantenerse actualizado, por mejorar su trabajo como educador. Para llegar a ser un educador respetado por sus conocimientos, hay que dedicar mucho tiempo a la lectura, al estudio e incluso sacrificar horas de descanso si fuera necesario.⁴ Según Ushinki: El maestro vive en tanto estudia, en cuanto deja de estudiar muere el maestro.

La resolución de ejercicios y problemas, un elemento novedoso en la enseñanza – aprendizaje de la asignatura Matemática.

La definición de ejercicios y problema es compleja y ha sido enfocada por distintos autores desde distintos ángulos: filosófico, pedagógico y didáctico. Barrios plantea que el problema "es aquella tarea cuyo método de realización y cuyo resultado son desconocidos para el alumno, pero que éste, poseyendo los conocimientos y habilidades necesarias, está en condiciones de acometer la búsqueda de los resultados o del método que ha de aplicar"⁵. Campistrous L., lo define como "toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga transformarla, pero que en su solución hay al menos dos condiciones: la vía de solución tiene que ser desconocida y el individuo querer hacer las transformaciones, es decir, quiere resolver el problema"⁶. Garret R., habla de una "situación o conflicto para el que no tenemos respuesta inmediata, ni algoritmo, ni heurística, ni siquiera sabemos qué información necesitamos para intentar conseguir una respuesta"⁷. Pozo J., lo concibe como una "situación nueva o sorprendente, a ser posible o inquietante, en la que se conocen el punto de partida y donde se quiere llegar, pero no los procesos mediante los cuales se puede llegar. Es, por tanto, una situación abierta que admite varias vías de solución"⁸. Álvarez de Zayas, C., define el problema como la situación inherente a un objeto, que determina una necesidad en el sujeto, el cual desarrolla una actividad para transformar la situación mencionada"⁹.

De todas las definiciones anteriores se comparten las dadas por Campistrous L. y por Álvarez de Zayas, C., ya que en las mismas quedan evidenciados: el carácter objetivo del problema, en cuanto es una situación presente en un objeto, es decir, tiene existencia objetiva, independientemente del que resuelve el problema; y el carácter subjetivo pues,

³ Castro Ruz Fidel. Discurso pronunciado en el acto de graduación del Destacamento Pedagógico Manuel Ascunce Doménech. 7 de Julio 1981.p.13

⁴ Fidel Castro. Discurso en el acto de graduados en el destacamento Pedagógico Universitario, Julio 1981.

⁵ González, Fredy E: Trascendencia de la resolución de problemas de Matemática. P.14

⁶ Campistrous Pérez, Luis y C. Rizo. Aprendo a resolver problemas Aritméticos, p. 23

⁷ Garret, Roger M: resolver problemas en la enseñanza de las ciencias. P. 7

⁸ Pozo, Juan I: Aprendizaje de estrategias para la solución de problemas en ciencia. P. 17

⁹ Álvarez de Zayas, Carlos: Epistemología. P. 8

para que exista el problema, la situación debe generar una necesidad en el sujeto, el cual debe querer, desear transformarla.

Hasta la actualidad ha llegado referencia de que, en civilizaciones tan antiguísimas como la egipcia, la babilonia y la china, se enseñaba matemática. Así, por ejemplo, los problemas matemáticos con textos son tan antiguos como la propia enseñanza de esta asignatura.

Para la resolución de ejercicios y problemas se aplican procedimientos, los cuales pueden ser algorítmicos o heurísticos.

La diferencia esencial entre ellos radica en que: si para una determinada clase de ejercicios se conoce un algoritmo de solución, entonces todo ejercicio de esta clase se puede resolver con seguridad, en la misma forma, mediante la aplicación de dicho algoritmo; en cambio, si para un ejercicio no se dispone de ningún algoritmo de solución (porque no existe o no se conoce), entonces primero hay que determinar la vía de solución apropiada.

Precisamente para descubrir o encontrar una vía de solución a tareas para las cuales no conocemos un algoritmo de solución, se emplean procedimientos. El más empleado lo constituye el Programa Heurístico General (PHG) que constituye para el profesor y para la profesora un instrumento universal de dirección del proceso de aprendizaje y, para el alumno y la alumna es una base orientadora para el trabajo con ejercicios y problemas.

En la siguiente tabla se exponen las fases y tareas principales del PHG.

FASES PRINCIPALES	TAREAS PRINCIPALES
1. Orientación hacia el problema	- Comprensión del problema
2. Trabajo en el problema	- Búsqueda de la idea de solución - Reflexión sobre los medios matemáticos - Reflexión sobre la vía
3. Solución del problema	- Ejecución del plan de solución - Comprobación de la solución
4. Evaluación de la solución y de la vía	- Comprobación de la solución - Reflexión sobre los medios y las estrategias de trabajo aplicadas

Las acciones principales que corresponden a cada fase en la resolución de ejercicios y problemas son:

Orientación hacia el problema. Esta fase comprende la motivación del problema, el planteamiento del problema y comprensión del enunciado del problema. El alumno y la alumna comprenden el problema cuando son capaces de reproducirlo con sus propias palabras y analizar cuáles son sus componentes esenciales. Para comprender el enunciado del problema es necesario responder una serie de preguntas:

- ¿De qué se trata en el problema?, ¿qué datos nos dan?, ¿qué se busca?
- ¿Determinan los datos la solución del problema?, ¿no son suficientes?, ¿sobran?
- ¿Podría proponerse el problema de otra manera?, ¿puede hacerse un esbozo o gráfico que esclarezca la situación?

Trabajo en el problema. En esta fase se precisa el problema, se analizan los medios y se busca una idea de solución. El encontrar una idea de solución (o vía de solución) es un proceso de análisis para el cual se pueden sugerir algunas actividades como:

- Formular las relaciones entre los datos y la incógnita.
- Tratar de relacionar el problema con otro conocido y cuya solución sea más simple o inmediata.
- Transformar o introducir una nueva incógnita, acercándola a los datos.
- Transformar los datos, obtener (o deducir) nuevos elementos más próximos a las incógnitas.
- Recordar la solución de ejercicios y problemas análogos.
- Analizar si se han tenido en cuenta todos los datos.
- Generalizar el problema, si es posible.
- Analizar casos particulares.
- Resolver problemas parciales (considerar sólo una parte de las condiciones).
- Hacer gráficos que ilustren las relaciones encontradas.

Solución del problema. En esta fase se ejecuta el plan de solución obtenido en la fase anterior y se representa la solución del problema. Este es un proceso de síntesis y se debe fundamentar la corrección de cada paso, realizar cálculos necesarios, resolver ecuaciones, simplificar, transformar expresiones, etcétera.

Evaluación de la solución y la vía. Esta fase comprende la comprobación de la solución, la determinación del número de soluciones, se señalan casos especiales, posibilidad de transferir la vía de solución a otros ejercicios. En esta fase es necesario plantearse preguntas como las siguientes: ¿es lógico el resultado?, ¿por qué?, ¿es posible comprobar la solución?, ¿cómo?, ¿es posible resolver el problema por una vía más corta?, ¿qué otro resultado se puede obtener por esta vía?, ¿cómo fue que logré encontrar la solución?

Las reglas heurísticas.

Las mismas tienen el carácter de impulsos dentro del proceso de búsqueda de nuevos conocimientos y de la resolución de problemas, contienen en sí las acciones y operaciones a realizar en la búsqueda de los medios matemáticos y de la vía para resolver un problema. Pueden darse como indicaciones, sugerencias o como preguntas.

A continuación se relacionan las reglas heurísticas que se emplean con mayor frecuencia en el tratamiento a la resolución de ejercicios y problemas en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

En la resolución de problemas y ejercicios con texto.

- Separar lo dado de lo buscado.
- Confeccionar una figura de análisis.
- Representar las magnitudes dadas y buscadas con variables.
- Determinar si se tienen fórmulas apropiadas.
- Representar las relaciones contenidas en el texto del problema con variables.
- Utilizar números más simples en lugar de los dados.
- Reformular el problema.

En el proceso de búsqueda de solución a ejercicios y problemas los impulsos, al pensamiento de los alumnos en la búsqueda de soluciones, el empleo de la heurística, la ilustración y enseñanza de formas de trabajo y de pensamiento matemático, así como otros conocimientos y formas de reflexión meta cognitivas, desempeñan un papel preponderante.

Ejemplos ilustrativos donde se utiliza el programa heurístico general en la resolución de ejercicios y problemas.

PROBLEMA:

1. En una circunscripción hay dos candidatos a delegados del Poder Popular. Al efectuarse la votación entre ambos recibieron un total de 526 votos. El candidato A recibió 26 votos menos que el duplo de la cantidad de votos recibidos por el candidato B. ¿Cuántos votos recibió cada uno?

1. Fase: Orientación hacia el problema.**Impulsos****1. Fase: Orientación hacia el problema.****Impulsos**

- Lee el texto detenidamente.

Se apoya de las preguntas clásicas:

¿De qué trata el problema?

R/ El problema trata de los resultados de la votación de dos candidatos a delegados.

¿Qué se busca?

R/H separar lo dado de lo buscado.

R/ Se busca la cantidad de votos que recibió cada uno.

Para extraer los datos.

- Divide el texto en oraciones y analiza en cada una de ellas los datos que se te dan.

Primera oración: **En una circunscripción hay dos candidatos a delegados del Poder Popular.**

R/ dos candidatos. Se escribe como datos: candidato A ----- x
candidato B ----- y

Segunda oración: **Al efectuarse la votación entre ambos recibieron un total de 526 votos.**

R/ el total de votos recibidos entre ambos candidatos, es decir, 526.

Se escribe en los datos: **$x + y = 526$ (ecuación I)**

Tercera oración: **El candidato A recibió 26 votos menos que el duplo de la cantidad de votos recibidos por el candidato B.**

Se da como dato la relación entre los votos de ambos candidatos.

- Identifica las palabras claves y busca su significado correcto según el texto de la situación.

Para obtener la otra ecuación se debe escribir una igualdad entre los votos recibidos por los dos candidatos, para representar algebraicamente la igualdad, obtenemos varias ecuaciones: $x + 26 = 2y$ porque en el problema A recibe 26 votos menos que el duplo de B

$$\frac{x + 26}{2} = y$$

$$x = 2y - 26$$

Obteniendo los siguientes sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables.

$$x \begin{cases} y = 526 \\ x + 26 = 2y \end{cases}$$

$$x \begin{cases} y = 526 \\ \frac{x + 26}{2} = y \end{cases}$$

$$x \begin{cases} y = 526 \\ x = 2y - 26 \end{cases}$$

2. Si los ángulos agudos de un triángulo rectángulo miden respectivamente $2x + 30^\circ$ y $3x + 15^\circ$. Calcula el valor de dichos ángulos.

Fase: Orientación hacia el problema

P/ ¿De qué trata el problema?

A/ De las amplitudes de dos ángulos interiores de un triángulo rectángulo.

P/ ¿Qué datos nos dan?

A/ Que el triángulo es rectángulo y que las amplitudes de los ángulos agudos están representada por las expresiones $2x + 30^\circ$ y $3x + 15^\circ$.

P/ ¿Qué se busca?

A/ La amplitud de cada ángulo agudo. R/H (separar lo dado de lo

buscado)

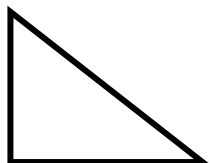
P/ ¿Qué significa que el triángulo sea rectángulo?

A/ Que tiene un ángulo de 90.

R/H (sustituir el concepto por su definición.)

P/ ¿Puede hacerse un esbozo o gráfico que esclarezca la situación?

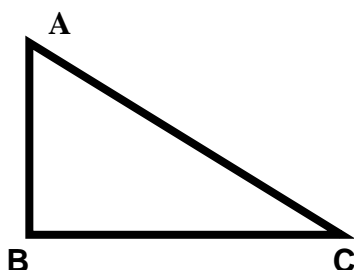
A/ Sí



- R/H. Confeccionar una figura de análisis.

P/ ¿Será conveniente denotar los vértices del triángulo?

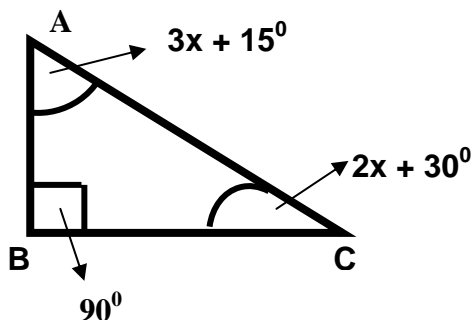
A/ Sí



- R/H. Utilizar notaciones convenientemente

P/ Ubiquemos los datos en la figura

A/



P/ ¿Qué relación se puede establecer entre las amplitudes de los ángulos interiores del triángulo?

A/ Que suman 180° .

P/ Cómo representar entonces el modelo matemático que resuelve la situación planteada.

A/ $2x + 30^\circ + 3x + 15^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ por suma de ángulos interiores de un triángulo.

P/ ¿Qué nombre recibe el modelo?

A/ Ecuación lineal.

P/Cómo se resuelve esta ecuación lineal.

A/

1. Se agrupan los términos semejantes. ($2x + 3x$) y ($30^\circ + 15^\circ + 90^\circ$)

$$5x + 135^\circ = 180^\circ$$
2. El 135° se transpone al otro miembro realizando operaciones equivalentes en ambos miembros.

$$5x + 135^\circ = 180^\circ$$

$$5x + 135^\circ - 135^\circ = 180^\circ - 135^\circ$$

$$5x = 180^\circ - 135^\circ$$

$$5x = 45^\circ$$
3. El 5 se transpone al otro miembro realizando operaciones equivalentes en ambos miembros.

$$5x = 45^0$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{45^0}{5}$$

$$x = \frac{45^0}{5}$$

$$x = 9^0$$

P/ ¿Será la solución del ejercicio?

A/ No, es el valor de la variable.

P/ ¿Qué debemos hacer para encontrar la solución?

A/ Sustituir el valor de la variable en la expresión que representa la amplitud de cada ángulo agudo.

$$2x + 30^0 = 2(9^0) + 30^0$$

$$= 18^0 + 30^0$$

$$= 48^0$$

$$3x + 15^0 = 3(9^0) + 15^0$$

$$= 27^0 + 15^0$$

$$= 42^0$$

P/ ¿Cómo comprobar si los resultados son los correctos?

A/ Realizamos la comprobación.

$$48^0 + 42^0 + 90^0 = 180^0$$

P/ Escribe la respuesta.

A/ Los ángulos agudos miden 48^0 y 42^0 respectivamente.

P/ Analicemos si hay otra vía de solución.

Si el triángulo tiene un ángulo recto de 90^0 , cuál es la suma de los dos ángulos agudos si ya sabemos que los tres suman 180^0 .

A/ Los dos agudos suman entonces 90^0 .

P/ ¿Qué otro modelo matemático se puede utilizar para resolver esta situación?

A/ $2x + 30^0 + 3x + 15^0 = 90^0$

Conclusiones

La esencia de este trabajo radica en poner en manos de los docentes, las herramientas necesarias para el adecuado tratamiento metodológico a ejercicios y problemas matemáticos, utilizando de forma adecuada el programa Heurístico General, que se revierta en el modo de actuar consciente y ordenado de sus estudiantes, contribuyendo con el fin de la Educación Secundaria Básica declarado a partir del proceso de transformación.

Bibliografía

Fernández, F. (2004). Didáctica, teoría y práctica. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Almeida Carazo, B. A y Borges, J. (1999). Didáctica de la resolución de problemas en la escuela media. La Habana: Editorial Academia. Revista Promet.

Alonso Berenguer, I. (2000). Un libro de texto para el perfeccionamiento del proceso de resolución de problemas matemáticos. Manzanillo: Compumat..

Álvarez de Zayas, C. (1996). Hacia una escuela de excelencia. La Habana: Editorial Academia, p.3.

_____ La escuela en la vida. Material mimeografiado. Santiago de Cuba CEES " Manuel F. Gran". Universidad de Oriente.

_____ (1995). Metodología de la investigación científica. Santiago de Cuba. CEES " Manuel F. Gran".

Amador Martínez, A. (1997). La educación de la personalidad del hombre, ¿a quién le corresponde? La Habana. Curso 70. Pedagogía 97.

Ballester Pedroso, S y coautores. (2000). Metodología de la Enseñanza de la Matemática, tomos 1y 2. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (2002). Cuaderno de tareas, ejercicios y problemas de Matemática 7. grado. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (2002). El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la Planificación de la enseñanza, Editorial Pueblo y Educación.

Báxter Pérez E y Ruiz Aguilera A. Metodología de la Investigación Educativa 2, Material en disco, ISP"Frank País García, Santiago de Cuba.

Bermúdez Sarguera, R y Rodríguez Rebustillo M. (1996). Teoría y Metodología del Aprendizaje. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Campistrous Pérez, L y Rizo C. Aprende a resolver problemas.

Calero, S., & Surez, C. (2012). Determinacion de las escalas de valores del rendimiento tecnico-tactico ofensivo del voleibol cubano. Lecturas: Educacion Fisica y Deportes, 17(167), 1-10. <https://www.efdeportes.com/efd167/escalas-de-valores-del-rendimiento-del-voleibol-2.htm>