

## ESTRATEGIA PARA EL PERFECCIONAMIENTO DE LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE NÚMEROS ENTEROS EN EL OCTAVO GRADO DE LA UNIDAD EDUCATIVA NUEVA TARQUI

**Strategy for improving the teaching and learning of integers in the eighth grade of the Nueva Tarqui Educational Unit**

**Estratégia para melhorar o ensino e a aprendizagem de números inteiros no oitavo ano da Unidade Educacional Nueva Tarqui**

Bertha Elisabeth Lituma Belezaca <sup>1\*</sup>, <https://orcid.org/0009-0005-6810-8119>

Estela Concepción Jimbo Cosíos <sup>2</sup>, <https://orcid.org/0009-0002-6309-1395>

PhD. Wilber Ortiz Aguilar <sup>3</sup>, <https://orcid.org/0000-0002-7323-6589>

Ph.D. Carlos Manuel Hernández Hechavarría <sup>4</sup>, <https://orcid.org/0000-0003-1016-6357>

<sup>1,2</sup> Ministerio de Educación del Ecuador, Ecuador

<sup>3</sup> Universidad Bolivariana del Ecuador, Ecuador

<sup>4</sup> Universidad de Oriente, Cuba

\*Autor para correspondencia. email berthalituma75@gmail.com

**Para citar este artículo:** Lituma Belezaca, B. E., Jimbo Cosíos, E. C., Ortiz Aguilar, W. y Hernández Hechavarría, C. M. (2025). Estrategia para el perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado de la Unidad Educativa Nueva Tarqui. *Maestro y Sociedad*, 22(1), 833-843. <https://maestroysociedad.uo.edu.cu>

### RESUMEN

**Introducción:** El perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de los números enteros es un tema importante que ha sido estudiado desde distintas aristas por docentes e investigadores; en sus trabajos se aprecian las dificultades existentes y se ofrecen propuestas para su solución; sin embargo, aún persisten insuficiencias. Se toman referentes teóricos y prácticos de diversas investigaciones y documentos rectores del proceso de enseñanza-aprendizaje, entre ellos la Guía de evaluación diagnóstica desagregada por niveles y subniveles del servicio de fortalecimiento de aprendizajes en Educación General Básica. **Materiales y métodos:** En el estudio fueron utilizados diferentes materiales, métodos y técnicas con un enfoque mixto, considerando e integrando coherentemente datos numéricos y cualitativos. La metodología general se caracterizó por tres etapas concatenadas: diagnóstico, modelación de una estrategia, y validación. Se tomó una muestra de 10 estudiantes de octavo grado, de una población de 37, que fueron evaluados antes y después de la utilización de la estrategia. Se realizaron dos entrevistas a docentes: una en la etapa de diagnóstico a 10 de ellos y otra a seis profesores en la etapa de validación. Además, fueron seleccionados cinco docentes a los que se les plantearon cuatro tareas para profundizar en determinados elementos del diagnóstico. **Resultados:** Se presenta una estrategia para el perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado que tiene en cuenta la relación entre las actividades con lápiz y papel, y las que se realizan con el GeoGebra, así como el ajuste del nivel de complejidad de los ejercicios y problemas. **Discusión:** Aunque se reconoce la importancia de la enseñanza – aprendizaje de los números enteros en el octavo grado, persisten diversas insuficiencias, tanto en estudiantes como en docentes, en particular, la tendencia a la ejecución inmediata, sin analizar correctamente los datos de los ejercicios y problemas, ni valorar las posibles soluciones. **Conclusiones:** La comparación de los resultados evaluativos de los estudiantes, antes y después de la utilización de la estrategia, así como los criterios emitidos por los entrevistados, avalan la efectividad de la estrategia elaborada y sustentar la idea de que si se utiliza una estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado, que tenga en cuenta la relación entre las actividades con lápiz y papel y las que se realizan con el GeoGebra, así como el ajuste del nivel de complejidad de los ejercicios y problemas, entonces se perfecciona dicho proceso.

**Palabras clave:** estrategia, didáctica, números enteros.

## **ABSTRACT**

**Introduction:** The improvement of the teaching and learning of integers is an important topic that has been studied from different angles by teachers and researchers. Their work highlights existing difficulties and offers proposals for their solutions; however, shortcomings persist. Theoretical and practical references are drawn from various research projects and teaching-learning documents, including the Diagnostic Assessment Guide Disaggregated by Levels and Sublevels of the Learning Reinforcement Service in Basic General Education. **Materials and Methods:** The study used different materials, methods, and techniques with a mixed approach, considering and coherently integrating numerical and qualitative data. The general methodology was characterized by three concatenated stages: diagnosis, strategy modeling, and validation. A sample of 10 eighth-grade students was taken from a population of 37, who were evaluated before and after the use of the strategy. Two interviews were conducted with teachers: one with 10 teachers during the diagnostic phase and another with six teachers during the validation phase. In addition, five teachers were selected and given four tasks to delve deeper into specific elements of the diagnostic process. **Results:** A strategy is presented for improving the teaching and learning of integers in eighth grade. This strategy takes into account the relationship between paper-and-pencil activities and those carried out with GeoGebra, as well as adjusting the complexity level of exercises and problems. **Discussion:** Although the importance of teaching and learning integers in eighth grade is recognized, several shortcomings persist among both students and teachers, particularly a tendency toward immediate execution, without properly analyzing the data from the exercises and problems or assessing possible solutions. **Conclusions:** Comparisons of student assessment results before and after using the strategy, as well as the opinions expressed by the interviewees, support the effectiveness of the strategy developed and support the idea that using a teaching strategy in the teaching-learning process of integers in eighth grade, which takes into account the relationship between pencil-and-paper activities and those carried out with GeoGebra, as well as adjusting the level of complexity of the exercises and problems, will improve the process.

**Keywords:** strategy, teaching, integers.

## **RESUMO**

**Introdução:** A melhoria do ensino e da aprendizagem de números inteiros é um tema importante que tem sido estudado sob diferentes ângulos por professores e pesquisadores. Seus trabalhos destacam as dificuldades existentes e oferecem propostas para suas soluções; no entanto, as deficiências persistem. Referências teóricas e práticas são extraídas de vários projetos de pesquisa e documentos de ensino-aprendizagem, incluindo o Guia de Avaliação Diagnóstica Desagregado por Níveis e Subníveis do Serviço de Reforço da Aprendizagem na Educação Básica Geral. **Materiais e Métodos:** O estudo utilizou diferentes materiais, métodos e técnicas com uma abordagem mista, considerando e integrando coerentemente dados numéricos e qualitativos. A metodologia geral foi caracterizada por três etapas concatenadas: diagnóstico, modelagem da estratégia e validação. Uma amostra de 10 alunos do oitavo ano foi selecionada de uma população de 37, que foram avaliados antes e depois do uso da estratégia. Duas entrevistas foram realizadas com professores: uma com 10 professores durante a fase de diagnóstico e outra com seis professores durante a fase de validação. Além disso, cinco professores foram selecionados e receberam quatro tarefas para se aprofundar em elementos específicos do processo de diagnóstico. **Resultados:** Apresenta-se uma estratégia para aprimorar o ensino e a aprendizagem de números inteiros no oitavo ano do ensino fundamental. Essa estratégia considera a relação entre as atividades com lápis e papel e aquelas realizadas com o GeoGebra, além de ajustar o nível de complexidade dos exercícios e problemas. **Discussão:** Embora seja reconhecida a importância do ensino e da aprendizagem de números inteiros no oitavo ano do ensino fundamental, persistem diversas deficiências, tanto entre alunos quanto entre professores, particularmente uma tendência à execução imediata, sem analisar adequadamente os dados dos exercícios e problemas ou avaliar possíveis soluções. **Conclusões:** As comparações dos resultados da avaliação dos alunos antes e depois do uso da estratégia, bem como as opiniões expressas pelos entrevistados, corroboraram a eficácia da estratégia desenvolvida e corroboraram a ideia de que o uso de uma estratégia de ensino no processo de ensino-aprendizagem de números inteiros no oitavo ano do ensino fundamental, que leve em consideração a relação entre as atividades com lápis e papel e aquelas realizadas com o GeoGebra, além de ajustar o nível de complexidade dos exercícios e problemas, aprimorará o processo.

**Palavras-chave:** estratégia, ensino, números inteiros.

Recibido: 5/1/2025    Aprobado: 24/2/2025

## **INTRODUCCIÓN**

El perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de los números enteros es un tema importante que ha sido estudiado por docentes e investigadores desde distintas aristas; en sus trabajos se aprecian las dificultades existentes y se ofrecen algunas alternativas de solución. Así, por ejemplo, Aguas-Viloria y Buelvas-Sierra (2024) señalan como objetivo identificar obstáculos específicos en el dominio de los números enteros mediante

el análisis de pruebas estandarizadas y la percepción de docentes y estudiantes; Solórzano-Zambrano y Gutiérrez-Navia (2023) plantean inconvenientes en la resolución de operaciones básicas con números enteros y proponen la gamificación como alternativa de solución,

Los investigadores Zapatera Llinares, Quevedo Gutiérrez, González Gallego, Santana Coll y Álamo Rosales (2024) destacan aspectos importantes que requieren mayor atención desde la investigación educativa: el obstáculo epistemológico del número como expresión de cantidad, dificultades para diferenciar significados del signo menos, la descontextualización de la enseñanza, en la que prima el cálculo operacional y se relega la recta numérica.

La utilización de software matemáticos también ha sido reconocida por la comunidad científica, por ejemplo, Darwin Wladimir Taya Cuzco (2024) señala el empleo de GeoGebra en el proceso de cálculo de números enteros en los estudiantes de Básica Superior y lo ejemplifica. También existen aportaciones sobre la utilización de este en otras áreas con criterios aplicables a la enseñanza de los números enteros, entre ellos “Utilizar el GeoGebra con enfoque investigativo”, de Quintuña, Robalino, Ortiz y Hernández (2024, p.869).

Los fundamentos epistemológicos y los documentos rectores del proceso de enseñanza – aprendizaje son esenciales. En esta investigación se tienen como referentes básicos las consideraciones del texto del estudiante Matemática 8 (Ministerio de Educación del Ecuador, 2018), la Guía de evaluación diagnóstica desagregada por niveles y subniveles del servicio de fortalecimiento de aprendizajes en Educación General Básica (Ministerio de Educación del Ecuador, 2021) y, de manera particular, los siguientes fundamentos del Currículo de los niveles de educación obligatoria. subnivel superior (Ministerio de Educación, 2019), por su aplicabilidad en los números enteros.

- Resolución de problemas que impliquen exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas. La resolución de problemas no es solo uno de los fines de la enseñanza de la Matemática, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje. Los estudiantes deberán tener las oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo.
- Representación, que se refiere al uso de recursos verbales, simbólicos y gráficos, y a la traducción y conversión de los mismos. El lenguaje matemático es representacional, pues nos permite designar objetos abstractos que no podemos percibir; y es instrumental, según se refiera a palabras, símbolos o gráficas. El lenguaje es esencial para comunicar interpretaciones y soluciones de los problemas, para reconocer conexiones entre conceptos relacionados, para aplicar la Matemática a problemas de la vida real mediante la modelización, y para utilizar los nuevos recursos de las tecnologías de la información y la comunicación en el quehacer matemático. (p. 365)

Si bien el Ministerio de Educación destaca la importancia de los anteriores fundamentos, se ha diagnosticado que no se ponderan suficientemente en la enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado, existe tendencia a la ejecución inmediata de ejercicios y problemas, sin analizar con la profundidad necesaria los datos de los problemas y su vínculo con la vida, tampoco la utilización de medios convenientes, como el GeoGebra y otros, para hacer representaciones dinámicas y los análisis correspondientes.

Las referencias teóricas y prácticas, así como los resultados del diagnóstico aprueban el siguiente problema científico: ¿cómo contribuir al perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado de la unidad educativa Nueva Tarqui? El objeto de investigación la enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado. El objetivo radica en la elaboración de una estrategia didáctica para el perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado de la unidad educativa Nueva Tarqui.

Se defiende como idea principal que: si se utiliza una estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado que tenga en cuenta la relación entre las actividades con lápiz y papel y las que se realizan con el GeoGebra, así como el ajuste del nivel de complejidad de los ejercicios y problemas, entonces se perfecciona dicho proceso.

## MATERIALES Y MÉTODOS

En la investigación fueron utilizados diferentes materiales, métodos y técnicas con un enfoque mixto considerando e integrando coherenteamente datos numéricos y cualitativos, con un alcance explicativo dirigido a los docentes. Entre los métodos teóricos se subraya el analítico-sintético, para profundizar en diversos aspectos y arribar a conclusiones, y el de modelación para la elaboración de la estrategia. La metodología

general se caracterizó por tres etapas concatenadas: diagnóstico, modelación de una estrategia y validación. En la primera se determinaron los referentes teóricos y prácticos que sirvieron de base a la estrategia que posteriormente se elaboró, entre los documentos referenciados se encuentran los fundamentales del Ministerio de Educación de Ecuador para la enseñanza de la Matemática en el octavo grado, de los cuales se tomaron categorías, indicadores, escalas de evaluación esenciales.

Entre dichos referentes se destaca la importancia de la resolución de problemas que impliquen exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas, así como los indicadores de la categoría “representación”, ya que desempeñan un papel fundamental en el ajuste de nivel de complejidad de ejercicios y problemas.

Para el diagnóstico de dificultades en la enseñanza – aprendizaje de los números enteros se realizó una entrevista inicial a 10 docentes con experiencia laboral en el octavo grado, cinco de la unidad educativa Nueva Tarqui y cinco de otras unidades educativas, utilizando una guía de cinco preguntas. Teniendo en cuenta los resultados de esta entrevista y las observaciones previas, resultó necesario profundizar en determinados elementos, para lo cual fueron seleccionados cinco docentes con preparación y disposición, a los cuales se les plantearon cuatro tareas exigentes de manera consecutiva para impedir que el conocimiento de las últimas incidieran en la respuesta a las primeras. También se realizó una evaluación diagnóstica a los 37 estudiantes de octavo grado de la unidad educativa Nueva Tarqui, es decir a la población del octavo grado.

En la segunda etapa, se elaboró la estrategia para el perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado y se exemplificó una de las acciones más importantes y en la que los docentes mostraron insuficiencias: la comprensión del tratamiento a problemas con nivel de profundidad Avanzado. Además, se exemplificó que existe diferencia entre los resultados evaluativos de ejercicios con diferentes niveles de complejidad y, por tanto, se corrobora la necesidad de tener en cuenta este elemento en las evaluaciones de aprendizaje.

En la tercera etapa, fueron seleccionados al azar 10 estudiantes y se les aplicó una evaluación sobre números enteros para compararlos con sus resultados en el diagnóstico inicial, y de esa manera valorar el impacto de la estrategia en su aprendizaje. Por otra parte, se realizó una entrevista a seis docentes con preparación y experiencia suficiente para emitir criterios sobre la estrategia, con el apoyo de una guía con cuatro interrogantes esenciales estrechamente relacionadas entre sí.

## RESULTADOS

### **Entrevista inicial a docentes sobre la enseñanza – aprendizaje de los números enteros en el octavo grado de la educación general básica**

Como parte del diagnóstico inicial sobre las dificultades en la enseñanza – aprendizaje de los números enteros en el octavo grado de la educación general básica, se realizó una entrevista a diez docentes, cinco de la unidad educativa Nueva Tarqui y cinco de otras instituciones a partir de las siguientes interrogantes que sirvieron de guía:

1. ¿Podría mencionar las principales dificultades que tienen los estudiantes de octavo grado en el aprendizaje de números enteros en el octavo grado de Educación General Básica?
2. ¿Podría mencionar las principales dificultades que aprecia en la enseñanza de números enteros en el octavo grado de Educación General Básica?
3. ¿Podría describir la(s) estrategia(s) didáctica(s) que utiliza para la enseñanza de los números enteros en octavo grado?
4. ¿Cuáles medios de enseñanza (tecnologías, software u otros) utiliza en la enseñanza de los números enteros en octavo grado?
5. ¿Pudiera brindar recomendaciones para el perfeccionamiento de la enseñanza- aprendizaje de números enteros en octavo grado?

Las dos interrogantes iniciales están dirigidas a que los entrevistados emitan criterios sobre insuficiencias que observan en estudiantes y en la enseñanza, es decir, no se refieren a dificultades de ellos y sus estudiantes. Las siguientes interrogantes están dirigidas a obtener información personal sobre ellos, que permita identificar sus insuficiencias en la enseñanza de los números enteros, y la última, a identificar sus criterios y sugerencias para

erradicar las dificultades que ellos aprecian. De esta manera, la entrevista, además de procurar información sobre las insuficiencias de los entrevistados, también inquierte sobre sus criterios y recomendaciones.

La primera interrogante estuvo dirigida a obtener criterios de los docentes acerca de las principales dificultades que tienen los estudiantes de octavo grado en el aprendizaje de números enteros, la segunda a conocer dificultades que aprecian en la enseñanza de números enteros, la tercera y cuarta a obtener información personal sobre estrategias didácticas y medios que utilizan para la enseñanza de los números enteros, y la quinta a conocer recomendaciones para el perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de números enteros.

Las respuestas de los entrevistados pusieron de manifiesto diversas dificultades existentes, aunque en algunos casos no centraron totalmente la atención en los aspectos esenciales de las interrogantes, y se refieren a posibles causas de dificultades sin ofrecer justificación. A continuación, se resumen, por interrogante, los planteamientos y valoraciones más notables.

En la primera interrogante señalaron como principal dificultad la resolución de ejercicios y problemas y, de manera específica, dificultades asociadas a la identificación y utilización de signos que se anteponen a una cantidad y a la falta de razonamiento lógico. Además, señalaron dificultades generales que no se refieren al contenido matemático o didáctico, tales como “dificultades en el proceso de adaptación de los estudiantes por el cambio de un nivel a otro” e “ingreso de estudiantes procedentes de instituciones unidocentes y pluridocente”.

En la segunda interrogante, se aprecian como dificultades en la enseñanza de números enteros en el octavo grado, que muchos docentes no toman en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes, les falta dominio de metodologías y estrategias, y que no profundizan en los contenidos. Dos de los entrevistados refirieron aspectos generales tales como falta de vocación y motivación por su profesión, así como la falta de atención a estudiantes de hogares disfuncionales.

En la tercera interrogante, señalaron estrategias didácticas que utilizan para la enseñanza de los números enteros en octavo grado que denotan insuficiencias con respecto a la utilización del texto del estudiante, la guía del docente, de materiales concretos como regletas y tarjetas, representaciones en la recta numérica, y el análisis y planteamiento de problemas vinculados con la vida.

En la cuarta interrogante se evidenciaron dificultades en la utilización de medios de enseñanza, en el conocimiento y dominio de nuevas tecnologías y software que pueden utilizarse en la enseñanza-aprendizaje de los números enteros, en particular de software dinámicos. También plantearon justificaciones sobre la no disponibilidad algunos medios, por ejemplo “la institución no dispone de un salón de informática para ayudarnos con la tecnología”, “no tener un servicio de internet en la institución”, pero no se refirieron al mejor aprovechamiento de los medios disponibles.

En la quinta interrogante, plantearon recomendaciones tales como: “Que los docentes nos actualicemos en el manejo de las herramientas tecnológicas”, “Que la institución realice gestiones para contar con el internet”, “más atención a las instituciones del área rural”, “Que los docentes busquemos nuevas estrategias y las pongamos en práctica”, “involucrar a padres de familia para enfrentar nuevos retos en la educación”. Estas recomendaciones se dirigen a la institución y a los docentes, pero no se enfocaron en elementos internos del proceso de enseñanza-aprendizaje de números enteros y al mejor aprovechamiento de los medios disponibles.

Las respuestas a las interrogantes planteadas ponen al descubierto diversas dificultades en la enseñanza-aprendizaje de los números enteros en el octavo grado: en la resolución de ejercicios y problemas, la atención a las diferencias individuales de los estudiantes, en el dominio de metodologías y estrategias, la profundización en los contenidos y la utilización de medios digitales de enseñanza-aprendizaje.

### **Tareas planteadas a docentes con experiencia de trabajo en el octavo grado**

Como parte del diagnóstico de dificultades antes en la enseñanza-aprendizaje de los números enteros, se les solicitó a cinco docentes con experiencia de trabajo en el octavo grado y disposición para contribuir a la investigación, realizar las siguientes tareas de manera individual. Las tareas fueron planteadas en el orden en que aparecen, esperando que terminara una para plantearle la siguiente, con el propósito de evitar que una lectura inicial de todas las tareas posibilitara que las posteriores incidieran en la realización de las primeras, pues a los efectos de esta investigación el orden consecutivo de realización de las tareas se considera importante para el estudio diagnóstico. Aunque la muestra de docentes seleccionada es intencional y relativamente pequeña, se considera acertada teniendo en cuenta sus propósitos, la profundidad y tiempo que requieren para desarrollarse en distintos momentos y escenarios, además de necesitar la disposición de los docentes

para el desarrollo de dichas tareas que les ocupan una parte importante de tiempo y esfuerzo, razón por la cual otros docentes, al explicarles las particularidades de las tareas no se comprometieron y, por tanto, no fueron incluidos en el estudio.

Tarea 1. Elabore o seleccione tres ejercicios sobre números enteros, con diferentes niveles de complejidad: Básico “B”, Intermedio “I” y Avanzado “A”, y plantee sintéticamente las consideraciones didácticas esenciales sobre los mismos.

Tarea 2. Resuma en la siguiente tabla la información que se señala en cada columna, sobre los ejercicios elaborados o seleccionados en la tarea 1: si fueron tomados de algún texto o elaborados por usted, si en la elaboración del ejercicio utilizaron algún software o no; si el ejercicio exige la utilización de algún software a los estudiantes y precisar la consideración didáctica más importante de cada ejercicio.

Resumen de los resultados de las dos primeras tareas:

En la siguiente tabla se muestra la cantidad de docentes que tomaron los ejercicios de algún texto, los que los elaboraron y otras informaciones solicitadas. Se aprecia que los docentes prefieren tomar ejercicios del libro de texto y no utilizar software, y que ponderan la explicación de soluciones en vez de promover la actividad indagativa mediante la exploración de vías y soluciones.

**Tabla 1 Información sobre ejercicios**

Ejercicio	Del texto del estudiante	Elaborado por el docente	Utilización de software por el docente	Utilización de software por el estudiante	Consideración didáctica más importante
1. BÁSICO	3	2	0 Manuscrito o Word.	0	Esencialmente para explicar la solución
2.INTERMEDIO	4	1	0 Manuscrito o Word.	0	
3.AVANZADO	4	1	0 Manuscrito o Word.	0	

Culminada la tarea 2, se les solicitó realizar las tareas 3 y 4 que se muestran a continuación

Tarea 3: Elaborar un fichero GeoGebra, relacionado con uno de los ejercicios elaborados, y explicar las ventajas de este software en la enseñanza – aprendizaje de los números enteros.

Esta tarea fue realizada solamente por dos docentes, con escaso aprovechamiento de las de opciones que brinda el software y una pobre explicación de las ventajas que este software brinda en la enseñanza – aprendizaje de los números enteros.

Tarea 4: Solucionar el siguiente problema: Un pájaro elevándose en el aire, y un buzo sumergido en el mar, se encuentran a la misma distancia del nivel del mar. ¿A qué altura se encuentra el pájaro y a qué profundidad el buzo, si los separan 86 m? (Ejercicio 15, p.17, texto del estudiante 8 grado). Exponga consideraciones didácticas para su utilización.

Esta tarea no fue resuelta cabalmente por ninguno de los docentes, por no ajustarse a las exigencias del problema. En la Figura 1, se muestra la presentación de la tarea 4 por uno de los docentes, sin ningún software de matemática, que coincidió, en esencia con la de los otros; esto evidencia falta de análisis de las posibles soluciones atendiendo a los datos del problema. Solo plantearon una de las posibles soluciones, sin representaciones apropiadas, ni con lápiz y papel, ni la utilización de un software.

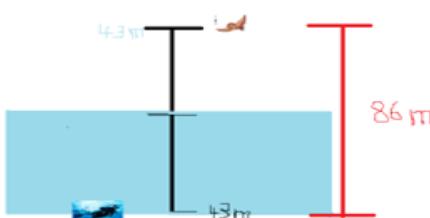


Figura 1 Presentación de la tarea por un docente

Para la valoración general del nivel de logro en las cuatro tareas planteadas a docentes se utilizó la escala: 1. Muy Bajo. 2. Bajo. 3. Medio. 4.Alto; considerando dos elementos importantes, el contenido matemático y las consideraciones didácticas. Los resultados se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2 Nivel de logro en las tareas planteadas a docentes

Docente	Nivel de logro: 1. Muy Bajo, 2. Bajo. 3. Medio. 4.Alto, en cada tarea "T"			
	T1	T2	T3	T4
D1	3	4	2	2
D2	3	4	1	2
D3	4	4	3	2
D4	3	4	2	2
D5	3	3	1	2

Teniendo en cuenta los elementos antes expuestos, los resultados que los docentes diferencian adecuadamente la complejidad de los ejercicios, aunque no precisen algunos aspectos didácticos, el nivel de logro de la tercera tarea no fue satisfactorio, lo que indica escaso dominio del software y consideraciones didácticas apropiadas. La última tarea de solución de un problema del texto con determina exigencia, refleja una tendencia a la ejecución inmediata, sin profundizar en los datos y su vínculo con la vida, y la no utilización de análisis de posibles soluciones y de software convenientes que permitan realizar exploraciones y representaciones convenientes.

#### Evaluación diagnóstica sobre números enteros a estudiantes de octavo grado de la unidad educativa Nueva Tarqui

La evaluación diagnóstica realizada a los 37 se efectuó mediante ejercicios y problemas que incluían destrezas con criterios de desempeño tales como: M.4.1.1. Reconocer los elementos del conjunto de números enteros  $Z$ , exemplificando situaciones reales en las que se utilizan los números enteros negativos. M.4.1.2 Establecer relaciones de orden en un conjunto de números enteros, utilizando la recta numérica y la simbología matemática ( $=, <, \leq, >, \geq$ ) y M.4.1.3. Operar en  $Z$  (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016, p.10)

Los resultados fueron muy bajos, solo el 50 % mostró dominio de los aprendizajes requeridos en ejercicios sencillos, y el 10 % en los que constituyan problemas matemáticos, es decir, aquellos ejercicios para los cuales los estudiantes no conocían plenamente la vía de solución. Esto revela la diferencia significativa entre los resultados de evaluaciones mediante ejercicios rutinarios y los que constituyan problemas, por lo tanto, se corrobora la importancia de distinguir estos tipos de ejercicios en el proceso de enseñanza – aprendizaje y, de manera particular, en las evaluaciones de los estudiantes. Los resultados de la entrevista inicial a docentes y las tareas planteadas a los mismos, así como la evaluación diagnóstica a los estudiantes, reflejan dificultades en la enseñanza – aprendizaje de los números enteros en el octavo grado de la educación general básica y justifican la elaboración de una estrategia didáctica para resolverlas.

#### Estrategia para el perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado

Atendiendo a los fundamentos expuestos en la introducción, los resultados de la entrevista inicial y tareas planteadas a los docentes, así como las dificultades diagnosticadas en el aprendizaje de los estudiantes, se presenta una estrategia didáctica para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de los números enteros en el octavo grado de la unidad educativa Nueva Tarqui, que integra componentes y relaciones fundamentales como se muestra en la Figura 2.

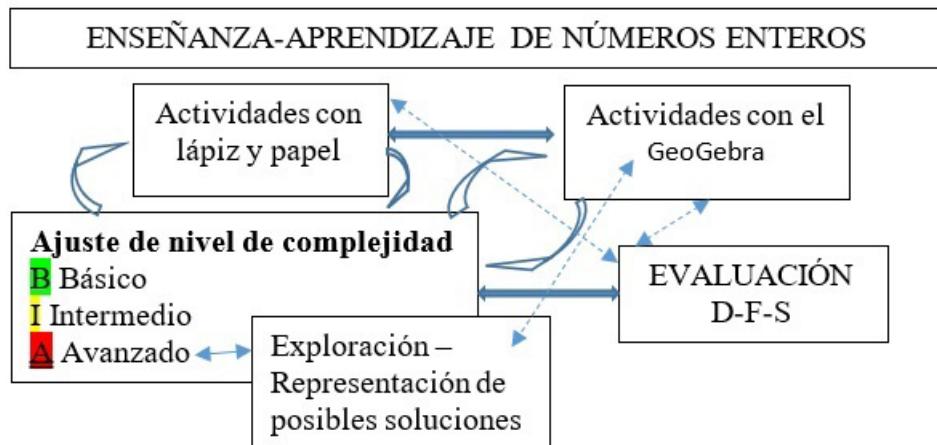


Figura 2 Componentes y relaciones fundamentales que orientan la estrategia

La estrategia está estructurada en cuatro etapas: diagnóstico de dificultades de los estudiantes, elaboración de ejercicios y problemas, desarrollo de actividades con lápiz y papel, y con el GeoGebra, y evaluación, cada una con un objetivo específico y las acciones concretas que orientan al docente para que las aplique en función de las necesidades del proceso de enseñanza – aprendizaje.

### **Fase I. Diagnóstico de dificultades de los estudiantes sobre números enteros**

Objetivo: Diagnosticar dificultades de los estudiantes sobre números enteros y posibles causas.

Acciones:

I.1. Fijar los contenidos de números enteros que serán diagnosticados.

I.2. Elaborar instrumentos para el diagnóstico (ejercicios, guía de observación del desempeño de los estudiantes u otros).

I.3. Determinar las principales dificultades en destrezas con criterios de desempeño y valorar posibles causas.

### **Fase II. Elaboración de ejercicios y problemas sobre números enteros**

Objetivo: Elaborar ejercicios y problemas sobre números enteros y posibles causas que originen actividades con lápiz y papel, y con el GeoGebra.

Acciones:

II.1 Elaborar ejercicios y problemas sobre números enteros con diferentes niveles de complejidad, en correspondencia con los objetivos del grado y el diagnóstico de las dificultades.

II.2 Determinar las posibles actividades con lápiz y papel en la solución de ejercicios y problemas.

II.3 Determinar las posibles actividades con el GeoGebra en la solución de ejercicios y problemas.

II.4 Determinar ventajas y relaciones entre las actividades realizadas con lápiz y papel, y con el GeoGebra.

### **Fase III. Desarrollo de actividades con lápiz y papel, y con el GeoGebra.**

Objetivo: Desarrollar actividades con lápiz y papel, y con el GeoGebra, que promuevan la exploración – representación de soluciones de los problemas.

Acciones:

III. 1. Presentar ejercicios y problemas que den opciones de acciones con lápiz y papel, y con el GeoGebra

III.2. Prestar atención al dominio y la preferencia de los estudiantes por las actividades con lápiz y papel o con el GeoGebra. Procurar identificar las causas de dicha preferencia.

III.3. Promover la exploración – representación de posibles soluciones de los problemas.

III.4. Brindar impulsos necesarios a los estudiantes durante la realización de las actividades sin frenar sus iniciativas y creatividad.

### **Fase IV. Evaluación de los estudiantes sobre números enteros**

Objetivo: Evaluar a los estudiantes atendiendo al nivel de complejidad de ejercicios y problemas, así como su desempeño.

Acciones:

IV.1 Tener en cuenta el nivel de complejidad de los ejercicios y problemas.

IV.2 Valorar el desempeño de los estudiantes teniendo en cuenta sus conocimientos previos y potencialidades.

IV.3 Estimular los avances y creatividad de cada estudiante.

Ejemplo de problema con nivel de profundidad Avanzado

Teniendo en cuenta los resultados de la tarea 4 planteada a docentes con experiencia de trabajo en el octavo grado, se retoma (el ejercicio 15, p.17, texto del estudiante 8 grado), como ejemplo de problema con nivel de profundidad Avanzado. Como se conoce, las respuestas dadas a este problema no fueron correctas, pues solo consideraron una de las posibles soluciones, al no tener en cuenta diferentes posiciones del pájaro y el buzo, que cumplieran con los datos del problema vinculado con la vida.

La Figura 3, construida con el GeoGebra, muestra una de las posiciones posibles el buzo y el pájaro, identificadas con las letras B y P, que cumplen con los datos del problema, y una de las posibles alturas a que se puede encontrar el pájaro y la profundidad del buzo, encontrándose a la misma distancia del nivel del mar, en este caso 19 m. La estrategia sustenta las construcciones dinámicas como esta, que susciten actividades exploración y representación soluciones de los problemas, en este caso el protocolo de construcción es muy sencillo: trazar una circunferencia con centro en el origen del sistema de coordenadas O y radio 43, situar un punto B sobre ella y desde este una semirrecta que pase por O, denotar por P el otro punto de intersección de la semirrecta con la circunferencia y luego los segmentos desde B y P hasta el eje X. También el segmento BP, que muestra la misma distancia “86”. Al mover el punto B sobre la circunferencia se observará, de manera dinámica, que mantiene la distancia que separa al buzo del pájaro, y mostrará la altura y profundidad pedidas para cada posición de B, que oscila entre cero y 43.

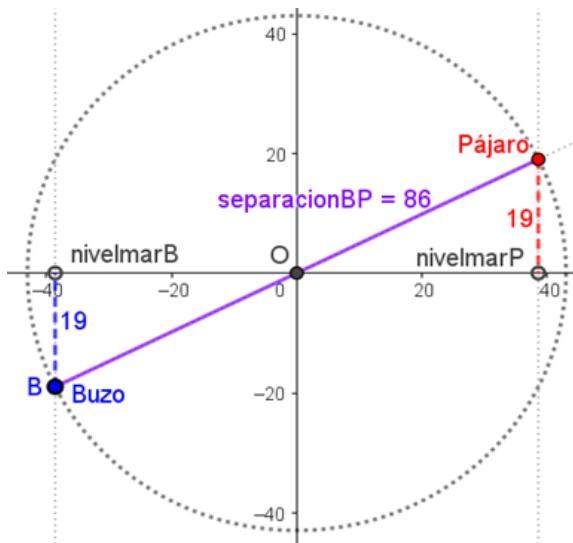


Figura 3 Construcción con el GeoGebra. Una de las posibles posiciones de B y P

En la última fase de la estrategia fueron seleccionados al azar 10 estudiantes de los que participaron en el diagnóstico inicial, y se les aplicó una evaluación sobre números enteros, distinguiendo los ejercicios por su nivel de complejidad, en este caso básico y avanzado, considerando que los de nivel avanzado constituyan problemas. En la Tabla 3 se muestran los resultados de estos estudiantes en las evaluaciones inicial “I” y final “F”, utilizando la misma escala cualitativa.

Tabla 3 Resultados iniciales y finales de aprendizaje

	NAR		PAR		AAR		DAR	
	I	F	I	F	I	F	I	F
Ejercicios	1		1		3		5	10
Problemas	6		2		1	3	1	7

## DISCUSIÓN

Los resultados de la entrevista inicial a docentes revelaron disímiles dificultades en la enseñanza–aprendizaje de los números enteros que también subsisten en otras unidades educativas y que requirieron profundización, razón por la cual se diseñaron y aplicaron cuatro tareas a cinco docentes con experiencia de trabajo en el octavo grado. Una de las referidas tareas consistió en resolver un ejercicio del libro de texto con nivel de complejidad avanzado, y los resultados permitieron precisar como una dificultad esencial, la tendencia a la ejecución inmediata sin análisis suficiente de los datos del problema, razón por la cual no reflexiona sobre las posibles vías de solución y las soluciones correspondientes.

El hecho de que los docentes no realizaron un análisis detallado de los datos del problema presentado, y que declararon que esa dificultad podrían tenerla la mayoría de los docentes, se sugiere que se continúe investigando sobre el planteamiento y resolución de problemas con múltiples soluciones. Igualmente, importante sería el desarrollo de investigaciones que profundizaran en la utilización del GeoGebra y otros softwares como herramienta de búsqueda de la vía y solución de problemas. Los resultados de aprendizaje, antes y después de la aplicación de la estrategia, presentados en la Figura 4, permiten apreciar que en las evaluaciones finales no

quedan estudiantes en los niveles bajos, NAR y PAR, y que la diferencia en el máximo nivel entre la inicial y final es significativa, tanto en los ejercicios como en los problemas, que son dos indicadores de suma importancia.

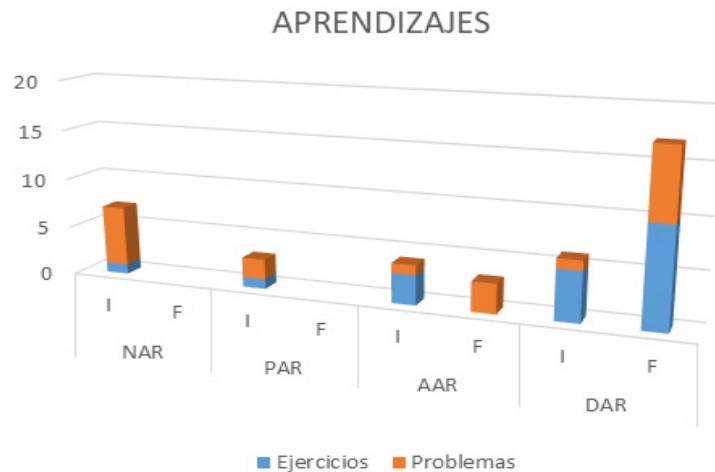


Figura 4 Resultados conjuntos, iniciales y finales, de aprendizaje

Con vistas a la valoración de la estrategia fueron entrevistados seis docentes con preparación y experiencia suficiente para emitir criterios sobre la misma.

1. ¿Considera que la estrategia es necesaria y puede contribuir al mejoramiento de la enseñanza – aprendizaje números enteros en el octavo grado? Justifique su respuesta.
2. ¿Considera que los docentes tienen la preparación suficiente para la elaboración de actividades planteadas con la utilización del GeoGebra?
3. ¿Cuáles son las principales dificultades para la introducción de la estrategia?
4. ¿Pudiera dar alguna recomendación para el perfeccionamiento o introducción de la estrategia?

Las respuestas ofrecidas por los docentes resultaron muy favorables con respecto a la necesidad de la estrategia. Justificaron su respuesta destacando aspectos tales como: la carencia de una estrategia como esta, que prestara mayor atención a los niveles de complejidad de los ejercicios y problemas, a los tipos de actividades, al uso de un software conveniente; el carácter innovador, el hacer más dinámicas las clases, sin limitarse al trabajo con lápiz y papel, y la adaptación al ritmo de trabajo y las necesidades de los estudiantes.

Las ventajas del GeoGebra para la visualización interactiva, gráfica y dinámica de conceptos abstractos, así como las operaciones en la recta numérica y fomento del aprendizaje activo, la motivación de los estudiantes.

Con respecto a la preparación para la elaboración de actividades con la utilización del GeoGebra, destacaron que, en general no es suficiente, exige la actualización para llevarla a cabo sin dificultad, auto preparación e innovación docente. Como principales dificultades para la introducción de la estrategia, señalaron la falta de recursos tecnológicos, internet, laboratorios y medios audios visuales, la preparación de los docentes, y disponibilidad de tiempo.

Las recomendaciones principales para el perfeccionamiento o introducción de la estrategia fueron: primero, abordar el tema vinculándolo con situaciones de la vida cotidiana, y luego, conectar lo aprendido en un entorno virtual adecuado; analizar y planificar correctamente el tema, que se provean las aulas de medios necesarios (internet, proyectores, computadoras). Incrementar la capacitación y apoyo al docente.

Teniendo en cuenta que los ajustes de niveles de complejidad de los problemas, en correspondencia con las necesidades y potencialidades de los estudiantes, y su consideración en las evaluaciones de los estudiantes es un elemento esencial, se sugiere el desarrollo de otras investigaciones que centren la atención en el vínculo de estas con indicadores de creatividad matemática señalados por Yayuk, Purwanto, As’ari, & Subanji (2020).

## CONCLUSIONES

Aunque se reconoce la importancia de la enseñanza – aprendizaje de los números enteros en el octavo grado, persisten diversas insuficiencias, tanto en estudiantes como en docentes, en particular, la tendencia a la ejecución inmediata, sin analizar correctamente los datos de los ejercicios y problemas, ni valorar las posibles

soluciones. El enfoque mixto de la investigación, unido a la estructuración y coherencia de las guías empleadas para las entrevistas a los docentes y las actividades propuestas a estos, permitieron una adecuada valoración de insuficiencias diagnosticadas.

La comparación de los resultados evaluativos de los estudiantes, antes y después de la utilización de la estrategia, así como los criterios emitidos por los entrevistados, avalan la efectividad de la estrategia elaborada y sustentar la idea de que si se utiliza una estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de números enteros en el octavo grado, que tenga en cuenta la relación entre las actividades con lápiz y papel y las que se realizan con el GeoGebra, así como el ajuste del nivel de complejidad de los ejercicios y problemas, entonces se perfecciona dicho proceso.

Los resultados de las actividades desarrolladas por los docentes sugieren que se realicen otras investigaciones dirigidas a la preparación de estos sobre la solución de problemas y la utilización del GeoGebra.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguas-Viloria, D., y Buelvas-Sierra, R. B. (2024). Hacia un aprendizaje significativo de matemáticas: identificación y superación de dificultades en números enteros. Revista Multidisciplinaria Voces De América y El Caribe, 1(I). <https://remuvac.com/index.php/home/article/view/19>

Ministerio de Educación del Ecuador (2018) Matemática 8. Texto del estudiante. Educación General Basica – Subnivel Superior. <http://www.educacion.gob.ec>

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). Guía del docente, 8. Grado. Educación General Básica – Subnivel Superior. Quito, Ecuador. <http://www.educacion.gob.ec>

Ministerio de Educación del Ecuador. (2019). Currículo de los Niveles de Educación Obligatoria. Subnivel Superior. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2019/09/EGB-Superior.pdf>

Ministerio de Educación del Ecuador. (2021). Guía de evaluación diagnóstica desagregada por niveles y subniveles del servicio de fortalecimiento de aprendizajes en Educación General Básica. Educación General Basica – Subnivel Superior. <http://www.educacion.gob.ec>

Quintuña-Crespo, Z. M., Robalino-Guevara, J. E., Ortiz-Aguilar, W. y Hernández-Hechavarría, C. M. (2024). Mejoramiento de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en el octavo grado de la educación general básica en la Unidad Educativa Fiscal Vicente Rocafuerte. Maestro y Sociedad, 21(2), 866-875. <https://maestrosociedad.uo.edu.cu>

Solórzano-Zambrano, D. V., y Gutiérrez-Navia, E. V. (2023). Gamificación como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones básicas con números enteros. MQRInvestigar, 7(3), 3950-3967. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.3.2023.3950-3967>

Taya-Cuzco, D. W. (2024). El software GeoGebra en el proceso de cálculo de números enteros en los estudiantes de Básica Superior (Tesis de Maestría, Universidad Politécnica Estatal del Carchi).

Yayuk, E., Purwanto, As'ari, A. R., & Subanji. (2020). Primary school students' creative thinking skills in mathematics problem solving. European Journal of Educational Research, 9(3), 1281-1295. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.9.3.1281>

Zapatera-Llinares, A., Quevedo Gutiérrez, E., González-Gallego, S., Santana-Coll, A., y Álamo- Rosales, J. (2024). Obstáculos y dificultades de los alumnos en la incorporación de los números enteros. AIEM- Avances de investigación en educación matemática, 26, 41-63. <https://doi.org/10.35763/aiem26.4725>

## Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener ningún conflicto de intereses.

## Declaración de responsabilidad de autoría

Los autores del manuscrito señalado, DECLARAMOS que hemos contribuido directamente a su contenido intelectual, así como a la génesis y análisis de sus datos; por lo cual, estamos en condiciones de hacernos públicamente responsables de él y aceptamos que sus nombres figuren en la lista de autores en el orden indicado. Además, hemos cumplido los requisitos éticos de la publicación mencionada, habiendo consultado la Declaración de Ética y mala praxis en la publicación.

Bertha Elisabeth Lituma Belezaca, Estela Concepción Jimbo Cosíos, PhD. Wilber Ortiz Aguilar y Ph.D. Carlos Manuel Hernández Hechavarría: Proceso de revisión de literatura y redacción del artículo.