

SISTEMA DE EJERCICIOS PARA EL TRATAMIENTO A LOS ERRORES ALGEBRAICOS

System of exercises for the treatment of algebraic errors

Lic. Jorge Luis Montero Bizet*, <https://orcid.org/0000-0002-8911-4471>

Estudiante Yasmin Zaldivar Montes de Oca, <https://orcid.org/0000-0002-5160-1290>

Universidad de Oriente, Cuba

*Autor para correspondencia. email jorge.monterob@uo.edu.cu

Para citar este artículo: Montero Bizet, J. L. y Zaldivar Montes de Oca, Y. (2023). Sistema de ejercicios para el tratamiento a los errores algebraicos. *Maestro y Sociedad*, (Número Especial), 13-22. <https://maestroysociedad.uo.edu.cu>

RESUMEN

Introducción: Al valorar las diferentes unidades temáticas que enfrentan los estudiantes en los programas de Matemática, principalmente en los primeros años de la Enseñanza Preuniversitaria en Cuba, los errores más frecuentes que se cometen son los referidos a los algebraicos y de cálculo. El presente trabajo propone un tratamiento metodológico a partir de un sistema de ejercicios que permita erradicar los errores algebraicos más frecuentes que comenten los estudiantes de esta enseñanza. Materiales y métodos: Para ello se utilizan métodos y técnicas de investigación como el análisis-síntesis, la inducción-deducción, la revisión bibliográfica, observación, la prueba pedagógica, entrevista y cálculo porcentual que permitieron conocer la situación actual de los mismos y brindaron a su vez un enfoque objetivo para proceder en la elaboración de la propuesta. Resultados: Refleja que la propuesta del sistema de ejercicio presentada es factible donde se comprobó que los estudiantes son capaces de realizar correctamente operaciones con polinomios y con conjuntos, trabajar con fracciones algebraicas y traducir del lenguaje común al algebraico. Además evidenció que la aplicación y perfeccionamiento de un tratamiento metodológico a partir de un sistema de ejercicio como herramienta del mismo permite que este trabajo tenga un carácter transdisciplinario y pueda ampliarse la muestra para en un futuro generalizarla. Discusión: Los estudios referidos a la teoría referida al tratamiento a los de errores algebraicos son un tema sugerente para demostrar los aportes que deben retomarse para la disminución de estos en las diferentes educaciones. Conclusiones: El estudio destaca la validez de los sistemas de ejercicios como recurso para el tratamiento a los errores algebraicos más frecuentes que cometen los alumnos, lo que da cuenta de la posibilidad que tiene el maestro de aprovechar la riqueza de los mismos, en aras de lograr un aprendizaje íntegro y un desarrollo comunicativo eficiente en los escolares.

Palabras clave: proceso de aprendizaje, álgebra, método pedagógico, errores algebraicos, sistema de ejercicios

ABSTRACT:

Introduction: When evaluating the different thematic units that students face in Mathematics programs, mainly in the first years of Pre-University Education in Cuba, the most frequent errors that are made are those related to algebraic and calculus. The present work proposes a methodological treatment based on a system of exercises that allows to eradicate the most frequent algebraic errors that the students of this teaching make. Materials and methods: For this, research methods and techniques are used such as analysis-synthesis, induction-deduction, bibliographic review, observation, pedagogical test, interview and percentage calculation that allowed to know the current situation of the same and provided turn an objective approach to proceed in the preparation of the proposal. Results: It reflects that the proposal of the exercise system presented is feasible where it was verified that the students are capable of correctly performing operations with polynomials and with sets, working with algebraic fractions and translating from common to algebraic language. It also showed that the application and improvement of a methodological treatment based on an exercise system as a tool of the same allows this work to have a transdisciplinary character and the sample can be expanded to generalize it in the future. Discussion: The studies referring to the theory referring to the treatment of algebraic errors are a suggestive topic to demonstrate the contributions that must be taken up to reduce these in different educations. Conclusions: The study highlights the validity of the exercise systems as a resource for the treatment of the most frequent

algebraic errors made by students, which accounts for the possibility that the teacher has to take advantage of their richness, for the sake of achieve comprehensive learning and efficient communication development in schoolchildren.

Keywords: learning process, algebra, pedagogical method, algebraic errors, system of exercises.

Recibido: 7/6/2023 Aprobado: 25/8/2023

INTRODUCCIÓN

El rendimiento académico en Matemática, a nivel mundial, se ha caracterizado por ser bajo y ha resultado ser una disciplina poco accesible para una gran parte del estudiantado (Castillo-Sánchez et al., 2020, p.5). El Ministerio de Educación Cubano en las últimas décadas ha dirigido sus principales tareas al constante perfeccionamiento del proceso docente educativo en todas las enseñanzas. No obstante, ante tales esfuerzos, los estudiantes aún presentan dificultades para el entendimiento en la resolución de ejercicios y problemas al efectuar cálculos matemáticos (Álvarez Robalino, 2022, p.15).

Al valorar las diferentes unidades temáticas que enfrentan los estudiantes en los programas de Matemática, principalmente en los primeros años de la enseñanza preuniversitaria, los errores más frecuentes que se cometen son los referidos a los algebraicos y de cálculo, independientemente del tipo de rama de la asignatura que envuelven las unidades. Estos son causados tanto por los métodos de enseñanza que emplean los docentes como por los estilo de aprendizaje de los estudiantes, forma de organización de la docencia, tipos de ejercicio en las clase de ejercitación e insuficiente cantidad de ejercicios de forma explícita que respondan al tratamiento a los errores.

La abstracción y generalización de las matemáticas es una posible causa de las dificultades en el aprendizaje. El análisis del contenido matemático permite prever su grado de dificultad potencial e identificar las variables que hay que tener en cuenta para facilitar su enseñanza. A veces, el error no se produce por una falta de conocimiento, sino porque el estudiante usa un conocimiento que es válido en algunas circunstancias, pero no en otras en las cuales se aplica indebidamente (Gamboa Araya et al., 2019, p.9).

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la presencia de errores es un obstáculo para alcanzar las competencias matemáticas necesarias. Identificar las dificultades y los errores que cometen los estudiantes constituye un verdadero reto en el quehacer docente (Ramos et al., 2021). Los errores son datos objetivos que se encuentran a menudo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Sislema et al., 2021).

El estudio de los errores en el aprendizaje de la Matemática ha sido de permanente interés para diferentes investigadores y se ha caracterizado por aproximaciones e intereses muy disímiles. Las investigaciones en Educación Matemática consideran los errores como elemento inherente al proceso de aprendizaje de las matemáticas (Agoiz, 2019, p.2). El error puede concebirse como una oportunidad de enseñanza, ya que si se logra evidenciar las causas que los originan, puede orientarse los procesos de enseñanza hacia la superación de las condiciones que los provocan, y se puede generar conocimientos que sean susceptibles de ser aplicados en situaciones similares que se presenten posteriormente (Suárez, 2018, p.2). Se considera importante que el docente planifique y enseñe desde esos errores. Las dificultades pueden abordarse desde varias perspectivas: el desarrollo cognitivo de los alumnos, el propio currículo de matemáticas y los métodos de enseñanza (Bolaños-González & Lupiáñez-Gómez, 2021, p.7).

Los estudiantes del Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas “Antonio Maceo Grajales” en el municipio Santiago de Cuba, Cuba, cometen disímiles errores estrechamente vinculados al álgebra escolar. El objetivo del álgebra escolar es desarrollar el razonamiento o pensamiento algebraico (Serres Voisin, 2011, p.5). La variable juega un papel multifacético en distintos contextos, como incógnita, número general, relación funcional o parámetro. La enseñanza de los distintos usos de la variable en los diferentes programas curriculares de la secundaria y bachillerato permite desarrollar habilidades en los estudiantes que les permitan identificar dichos usos de manera adecuada (Suárez & Bolaños-González, 2022).

Algunos de los errores algebraicos más frecuentes son: insuficiencias en operaciones con polinomios, poco dominio en el trabajo con fracciones algebraicas, incorrecta traducción del lenguaje común al algebraico, poco dominio en operaciones con conjuntos. Este estudio tiene como objetivo proponer un tratamiento metodológico a partir de un sistema de ejercicios que permita erradicar los errores algebraicos que comenten los estudiantes del Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas “Antonio Maceo Grajales” en el municipio Santiago de Cuba, Cuba.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para la realización de este estudio se utilizaron diferentes métodos y técnicas de investigación. Primeramente el análisis-síntesis para analizar los diferentes elementos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, con énfasis en el trabajo de los errores algebraicos. La inducción-deducción para arribar a conclusiones y generalizar la lógica de los datos empíricos. La revisión bibliográfica con el fin de acentuar las bases necesarias mediante el apoyo en investigaciones anteriormente realizadas sobre el tema.

La observación, a través de visitas a clases y revisión de planes de clases, con el objetivo de conocer durante la investigación como se evidenció el problema en particular. La prueba pedagógica para observar el nivel de conocimientos que poseían los estudiantes en el dominio de aspectos esenciales en el trabajo algebraicos. Entrevista a los docentes con el propósito de conocer las técnicas que se utilizaron para la orientación, control y tratamiento a los errores algebraicos cometidos por los alumnos. El cálculo porcentual permitió procesar y tabular los resultados de los datos obtenidos, valorarlos cuantitativa y cualitativamente y establecer generalizaciones apropiadas producto de los métodos investigativos aplicados.

Para conocer el problema real con relación al trabajo algebraico existente en el IPVCE “Antonio Maceo Grajales” del municipio Santiago de Cuba se tomó como muestra la misma población existente constituida por 135 estudiantes del décimo grado. A partir de los métodos aplicados se logró elaborar un sistema de ejercicios estructurados sobre las bases de las orientaciones metodológicas que se proponen para los programas de Matemática de la Enseñanza Preuniversitaria con el fin de potenciar la formación básica e integral del adolescente cubano para fomentar su cultura general integral. Este se propone como una actividad extradocente orientada por el docente que permitan al estudiante identificar los principales errores cometidos y asentar las bases del conocimiento algebraico. La propuesta de un sistema de ejercicios constituyó una vía para concretar el tratamiento a los errores algebraicos más frecuentes en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática sustentado en la selección de determinados contenidos con potencialidades para su logro.

RESULTADOS

El sistema de ejercicios que se propuso está estructurado tomando en consideración el sistema como un conjunto de elementos interrelacionados cuya cualidad esencial es la resultante de la integridad de sus elementos (Falcón, 2021, p. 4) y el ejercicio cuando el docente menciona explícitamente una serie de pasos sencillos que debe seguir el estudiante (Dehesa De Gyves, 2018, p.3) y se define sistema de ejercicios como conjunto de elementos diferentes pero relacionados estrechamente entre sí y ordenados metodológicamente, con un mismo objetivo final (Duret & Reyes, 2015).

Teniendo en cuenta estos criterios el sistema de ejercicios propuesto se ha dividido en 3 subsistemas interrelacionados entre sí, cuyo funcionamiento está dirigido al logro de determinadas acciones que van a contribuir a darle solución a la problemática existente:

- El primer subsistema tiene el fin de que se logre: identificar errores algebraicos.
- El segundo subsistema tiene el propósito de que se logre: resolver ejercicios que suelen presentar tendencias a cometer posibles errores algebraicos ya identificados.
- El tercer subsistema tiene como meta resolver situaciones de la vida práctica a través de ejercicios que suelen presentar tendencias a cometer posibles errores algebraicos.

El sistema se encuentra estructurado sobre la base de interacción y organización de los subsistemas en tres etapas (1. Identificación 2. Realización 3. Aplicación). Las interacciones entre una etapa y otra permiten el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, posibilitando esto, a una preparación eficiente de los estudiantes en la actividad práctica en cualquier esfera de la vida social.

Los ejercicios que conforman el sistema tienen como funciones rectoras:

- Instructivas: Transmiten conocimientos matemáticos referidos al cálculo algebraico (Identifiquen (...), Resuelvan (...), Comprendan la resolución de situaciones de la vida (...))
- Educativas: Permiten valorar la veracidad de cuestiones; así como la necesidad de comprobación de las mismas.
- Desarrollo: se evidencia en el tránsito de una etapa a la otra.

El saber identificar un gran número de errores va a posibilitar a la resolución correcta de ejercicios y este luego a una mejor resolución correcta de situaciones en la actividad práctica de la vida social.

Este sistema de ejercicios propuesto se encuentra elaborado en función de acciones que posibiliten la atención adecuada de cómo proceder para eliminar los errores algebraicos más frecuentes donde se encuentran:

Etapa (Identificación)

La elaboración de ejercicios dirigidos a que los estudiantes conozcan los diferentes conceptos y definiciones que intervienen en los errores.

La elaboración de ejercicios dirigidos a que los estudiantes analicen por que cometen el error.

La elaboración de ejercicios dirigidos a que los estudiantes identifiquen errores que cometen.

Etapa (Realización)

La elaboración de ejercicios dirigidos a que los estudiantes resuelvan ejercicios que suelen presentar tendencias a cometer posibles errores algebraicos ya identificados.

Etapa (Aplicación)

La elaboración de ejercicios dirigidos a que los estudiantes comprendan situaciones de la vida práctica a través de ejercicios que suelen presentar tendencias a cometer posibles errores algebraicos para incentivar en ellos una concepción científica.

Sistema de ejercicios

Primer subsistema

1. ¿Qué entiendes por término o monomio, binomio, polinomio y expresión algebraica?
2. Complete la siguiente tabla, escribe en cada columna dos ejemplos.

Monomio	Binomio	Trinomio

3. ¿Cuándo dos o más términos son semejantes?
4. Enlaza la columna A con la B según corresponda:

A	B
$(a+b)^2$	$x^2 (a+b)x+ab$
$(a-b)^2$	a^2-b^2
$(a+b)(a-b)$	$a^2+2ab+b^2$
$(x+a)(x+b)$	$a^2-2ab+b^2$

5. Clasifica las proposiciones siguientes en (F o V). En caso de presentar dudas puede sustituir las variables por números y luego compruebe. Justifique las falsas.

___ La transposición en ecuaciones lineales de un factor negativo que multiplica a la incógnita dividiendo y con el signo cambiado es correcta. $-ax=b \quad x=b/a$

___ La simplificación por sustracción de una misma cantidad del numerador y del denominador es correcta. $(K+a)/(K+b) = a/b$

___ No es posible la distribución de la división respecto a la suma algebraica. $1/(x+y) = 1/x+1/y$

Identifica el error en caso de estar presente:

a) $-2x=6 \quad x=6/2$

b) $1/(7x+8y)=1/(7x)+1/8y$

c) $x^2-9/x^2+6x+9=-9/6x+9$

7. Identifique con una x cuales de las siguientes afirmaciones es correcta en relación a las expresiones algebraicas dadas.

___ La cuarta parte de un número aumentado al duplo de otro es veinticuatro. $4x+2y=24$

___ El producto de dos números es treinta y cinco. $ax=35$

___ Al aumentar treinta y seis por un número es igual al duplo de ocho aumentado por ese mismo número. $36+y=2(8+y)$

___ El quíntuplo de disminuir dos números es igual a la suma de ellos. $1/5 (s-m)=s+m$

___ La séptima parte de un número disminuido en seis es igual al triplo de otro número. $1/7 (x-6)=3y$

Segundo subsistema

1. Despeja la variable indicada entre paréntesis en cada una de las siguientes fórmulas:

a) $v=g \cdot t$ (t)

b) $w= s/t$ (s,t)

c) $E=1/2 mv^2$ (m,v)

d) $C=m/(M \cdot v)$ (m,v)

e) $S=1/2 a \cdot t^2$ (a)

f) $m/l = (m \cdot n)/l$ (n)

g) $A=2ab+2ac+2bc$ (b)

h) $s=v \cdot t+1/2 a \cdot t^2$ (t)

i) $a^2=b^2+c^2-2bcd$ (d,b,c)

2. Sean $A = 3x^2$; $B = 16 x^3 y^2$; $C = x^3z$; $D = 2 y$; $E = x^2y$

a) Calcula siempre que sea posible. De no ser posible justifica tu respuesta.

$A \cdot D$

$A-E$

$B : A$

$A+B$

$B-E$

3. Descomponga los polinomios que siguen en el producto de por lo menos dos polinomios:

a) $5mx+3ny-5my-3nx$

b) $5x+xy+5y+y^2$

c) $ax-bx+by+cy-cx-ay$

4. Descomponga los polinomios que siguen en el producto de cuatro polinomios por lo menos:

a) $25b^2 \cdot 81y^2z^2 - 121a^2 \cdot 81y^2z^2 - 25b^2 \cdot 169a^2 + 121 a^2 \cdot 169 a^2$

b) $144a^2b^8 \cdot 25a^{10} - 49c^4 \cdot 25a^{10} - 144 a^2b^8 + 49c^4$

5. Reduzca a un denominador común las siguientes tres fracciones algebraicas:

a) $1/(xy+x^2)$, $1/(x^2-y^2)$, $1/(2x^2-2xy)$

b) $1/(a+b)^2$, $1/(a^3-a^2 b)$, $1/(a^2- b^2)$

c) $1/(a^2-4)$, $1/(a^2+3a+2)$, $1/(a^2+2a)$

d) $1/(a^2+a-2)$, $1/(a^2-4a+3)$, $1/(a^2-1)$

6. Simplifica tanto como sea posible de forma tal que obtengas una proposición verdadera.

a) $(5x+7)/(5x)$ no es igual a 7, sino a ____.

b) $((x+3)^2+x-2)/(x+3)$ no es igual a $(x+3)+(x-2)$ sino a ____.

c) $(11x+x^3)/(11x+x)$ no es igual a x^2 sino a ____.

7. Calcula

a) $-7x+x=18$

b) $\bullet(x^2-1)/(3x+15) : (3x-3)/(3x^2+2x-1)$ ($x \neq \pm 1, x \neq -5$)

c) $(4-7x)/(x^2+8x+7) + (x+1)/(x^2-6x-7) - (x-7)/(x^2-49)$ ($x \neq \pm 7, x \neq -1$)

8. Traduce las siguientes expresiones algebraicas al lenguaje común.

a) $3x + 1/6 y = 8$

b) $a+x=2(b+x)$

c) $1/4(x+6) = 1/3(x+3)y$

9. Representa algebraicamente:

a) El cuadrado de un número.

b) La mitad de un número menos su tercera parte.

c) La raíz cuadrada de un número.

d) La octava parte de un número disminuido en ocho.

e) La diferencia de dos números cualesquiera.

f) La suma del cuadrado de un número y el triplo del otro.

g) El cociente de dos números cualesquiera disminuida en diez.

Tercer subsistema

- La suma de dos números es 126 y el mayor excede al menor en 28. Halla los números.
- En tres juegos de pelota se anotaron 32 carreras. En el segundo se anotaron 8 carreras menos que en el primero y en el tercero se anotaron el cuadrado del número de carreras que se anotaron en el segundo. ¿Cuántas carreras se anotaron en cada juego?
- Al cuadrado de un número se le agrega 11 y se obtiene el cuadrado del número que le sigue. ¿Cuál es el número?
- Hace 5 años la edad de una madre era el cuádruplo de la edad de su hijo. Dentro de 5 años será el doble. Calcular la edad actual de cada uno.
- El denominador de una fracción es $2u$ mayor que el numerador. Si el denominador se aumenta $24u$ el valor de la fracción es $1/3$. Halla la fracción.
- Un cuerpo de masa $M=3\text{Kg}$ resbala sin frotamiento sobre un plano horizontal por la caída de otro cuerpo de masa $m=0,6\text{Kg}$ que se encuentra sujeto a él a través de un cable que pasa por una polea. ¿Cuál sería la aceleración del sistema móvil para un $g=9,8 \text{ m/s}^2$ sabiendo que $a=mg/(M+m)$?
- El trabajo mecánico (A) que realiza la fuerza de rozamiento sobre un auto es de $-1.5 \cdot 10^2 \text{ J}$ siendo su desplazamiento $3.0 \cdot 10^3 \text{ m}$. ¿Cuál será la fuerza de rozamiento para un desplazamiento de $3.0 \cdot 10^2 \text{ m}$ sabiendo que $A=-F \cdot S$? ¿Qué significado físico tiene el signo en esa ecuación?
- Se requiere construir una casa de campaña de forma cónica que tenga 6m de diámetro y altura igual a 4m ¿Qué cantidad de lona se necesita para su construcción?
- Dos personas María y Pedro tienen ahora 30 años y 10 años, respectivamente. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad de María sea dos veces la edad de Pedro?
- María es 18 años mayor que Juan y dentro de 6 años su edad será 3 veces la de Juan. ¿Qué edad tiene ahora?
- En un puesto de frutas se tenía cierta cantidad de mangos. Una niña compró la mitad de los mangos y 3 mangos más. Un señor compró la cuarta parte de los mangos que quedaban y 3 mangos más. Una joven compró después los 12 mangos que quedaban. ¿Cuántos mangos había al principio en el puesto de frutas?

- Amanda y Enrique son dos estudiantes del CSIJ que contestaron una colección de ejercicios de Matemática. El doble de las preguntas que contestó Amanda excede en 8 a las realizadas por los dos juntos. Si Amanda hubiera contestado la tercera parte de las preguntas que contestó, ese número sería igual a la mitad de las preguntas que contestó Enrique. ¿Cuántas preguntas tenía la colección?
- Para realizar una recogida de materias primas Javier y Raúl tienen cierta cantidad de sacos. Si Javier le diera a Raúl 3 de los sacos que él tenía, entonces tuvieran la misma cantidad; pero si Raúl le diera a Javier 3 de los él tiene, entonces Javier tuviera el cuádruplo de la cantidad de sacos que le quedaban a Raúl. ¿Cuántos sacos tienen entra ambos?

Resultados de la propuesta

La experiencia se aplicó durante 4 meses y contó con un diagnóstico inicial y uno final a los estudiantes. El diagnóstico inicial arrojado en el Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas Antonio Maceo Grajales en el municipio Santiago de Cuba permitió analizar las manifestaciones del problema con la utilización de diversos métodos empíricos a los alumnos y evaluar el comportamiento de diferentes indicadores con el fin saber el nivel de conocimientos que poseen los estudiantes acerca del trabajo con variables.

En la figura 1 se muestran los resultados obtenidos en la prueba pedagógica realizada a la población seleccionada, constituida por 135 estudiantes de décimo grado, los cuales hacen referencia a: IOP (insuficiencias en operaciones con polinomios); PDTFA (poco dominio en el trabajo con fracciones algebraicas); ITLCA (incorrecta traducción del lenguaje común al algebraico); PDOC (poco dominio en operaciones con conjuntos)

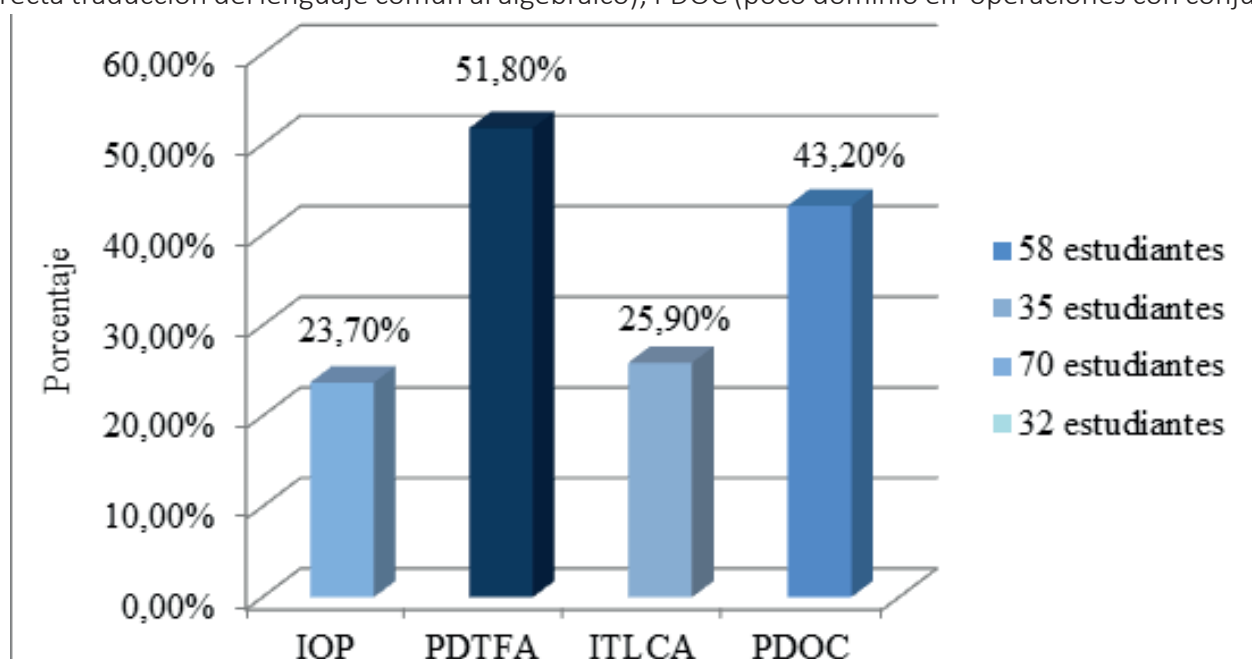


Fig. 1 Análisis de los resultados del diagnóstico inicial

Los resultados anteriormente reflejados arrojaron las irregularidades existentes, lo que permitió a su vez enfatizar los fundamentos del problema científico. Para la valoración de los resultados de la instrumentación del sistema de ejercicios se tuvo en cuenta la consulta a especialistas en aras de obtener elementos de constatación sobre la validez, un consenso de opiniones informadas y factibilidad de la propuesta diseñada y aplicada con toda la estructura, elementos y componentes, así como la posibilidad de aplicación, para ello se recurrió al método criterio de especialistas. Los especialistas fueron seleccionados previamente por sus cualidades profesionales y éticas, su imparcialidad, su propio conocimiento del estudio del problema, su experiencia personal, la creatividad, el nivel autocrítico y el grado académico o científico.

La valoración de la factibilidad de la propuesta se realizó mediante una técnica cualitativa denominada "Grupo de Discusión". El taller (método pedagógico) se desarrolló con el objetivo de que los especialistas evaluaran y enriquecieran la propuesta para favorecer el proceso de aprendizaje en el trabajo algebraico en el décimo grado, en el Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas Antonio Maceo Grajales en el municipio Santiago de Cuba. Para el desarrollo del taller se propusieron los objetivos siguientes:

- Analizar los criterios de los participantes con respecto a los diferentes ejercicios planteados en la propuesta. Valorar la pertinencia del sistema de ejercicios propuestos, y cada sugerencia aportada por los participantes con la intención de mejorar la propuesta.
- La metodología empleada para el Taller se desarrolló a partir de reflexionar con los criterios expresados por los especialistas, quienes emitieron sus valoraciones y consideraciones respecto de la propuesta.

Se siguieron los siguientes pasos para el desarrollo del Taller:

- Se elaboró un resumen sobre la propuesta donde se presentaron los principales elementos considerados en la estructura de la misma facilitándole a cada participante con anticipación estos elementos mediante la entrega del resumen para su posterior valoración así como cada sección de la propuesta para poder interactuar con esta, además se les orientó registrar los aspectos positivos, negativos e interesantes del mismo (PNI).
- Durante la presentación de la propuesta, se expuso de forma clara y precisa los elementos contentivos de la misma tanto del punto de vista metodológico y científico revelándose los indicadores fundamentales a tomar en cuenta para valorar dicha propuesta.
- Entre estos indicadores sometidos a valoración encontramos la factibilidad de la propuesta. Los participantes iniciaron sus intervenciones, dando a conocer sus inquietudes que fueron respondidas durante el debate.

Posteriormente se ofrecieron consideraciones respecto a las fortalezas, debilidades así como sugerencias. Finalmente, se dio lectura al informe de relatoría que resultó del intercambio sostenido con este grupo y que fue aprobado unánimemente.

El taller arrojó los siguientes resultados:

- El sistema de ejercicios propuesto es un complemento bibliográfico que favorece el proceso de enseñanza aprendizaje de dicha temática de la Matemática en el décimo grado, en especial para el desarrollo de habilidades.
- Los ejercicios abordados en cada uno de los subsistemas son pertinentes y actualizan a los estudiantes en aspectos necesarios y de interés para el conocimiento sobre el cálculo algebraico, lo que posibilita no solo el desarrollo de una cultura matemática del estudiante sino que también contribuye al desarrollo de las habilidades del estudiante en este contenido.
- La propuesta brinda además del desarrollo del pensamiento lógico matemático del estudiante, la posibilidad de contar con una variedad de ejercicios bien estructurados que se orientan de lo simple a lo complejo en los que se potencia la sistematización de los elementos del conocimiento matemático involucrado en ellos, y en general una variante adecuada, sugerente a los docentes, para el tratamiento de las diferencias individuales de los estudiantes en un contenido específico, sentando las bases para casos posteriores de otros contenidos.
- La propuesta es una variante metodológica que favorece una de las características que debe poseer un estudiante de la ciencia matemática, que es el acercamiento a un pensamiento matemático, donde existe, la deducción, el razonamiento, la reflexión y consecuentemente a un aprendizaje sólido, que se incline no solo a lo reproductivo, sino también hacia lo productivo y creativo de los estudiantes.
- Ofrece a los docentes, principalmente en formación, la posibilidad de contar con un modo de proceder ante un determinado contenido.
- Se manifiesta la coherencia entre los diferentes subsistemas de ejercicios de la propuesta; en este sentido se valora lo que este sistema puede representar desde el punto de vista del aprendizaje para los estudiantes en función de propiciar las habilidades que requieran así como una profundización de cada subsistema propuesto.
- Se destacó el uso y calidad del sistema de ejercicios propuestos.

Las opiniones giraron en torno a las ventajas que ofrece la implementación de la propuesta, donde se sugirió la incorporación de asistentes matemáticos como un complemento del uso de las nuevas tecnologías en función del crecimiento de los estudiantes a los que va dirigido el producto, sino también a cualquier usuario que desee utilizar el mismo.

Como se observa se han plasmado las valoraciones que sintetizan el Taller “Grupo de Discusión”, las cuales constituyen evidencias significativas que avalan la validez de la propuesta.

En el diagnóstico final se les realizó el mismo diagnóstico inicial y se pudo comprobar que el 98% de los estudiantes son capaces de realizar correctamente operaciones con polinomios y con conjuntos, trabajar con fracciones algebraicas y traducir del lenguaje común al algebraico.

DISCUSIÓN

El estudio propuso la implementación de un sistema de ejercicios para el tratamiento a los errores algebraicos más frecuentes cometidos por los estudiantes. Esta estrategia es en la actualidad un recurso sugerente para la erradicación de esta problemática. (Bellizzi, 2019), (Téllez Vega, 2021), (Concha Cárdenas, 2019), (Flores-Enríquez, 2020), entre otros, han publicado en estos últimos años investigaciones en diversas revistas, ofreciendo aportes teóricos y prácticos esenciales para el trabajo con variables, demostrando su valor y la necesidad de contextualización, así como la utilidad de los sistemas de ejercicios como vía de enfoque en el trabajo y tratamiento a los errores algebraicos.

Estos estudios demuestran la importancia que tiene la atención a los errores algebraicos cometidos por los estudiantes para erradicar este problema desde enseñanzas tempranas y tienen en cuenta las estrategias educativas para la formación de actitudes encaminadas al desarrollo del pensamiento lógico. Esta investigación destaca la validez de los sistemas de ejercicios como recurso para el tratamiento a los errores algebraicos más frecuentes que cometen los alumnos, lo que da cuenta de la posibilidad que tiene el maestro de aprovechar la riqueza de los mismos, en aras de lograr un aprendizaje íntegro y un desarrollo comunicativo eficiente en los escolares.

CONCLUSIONES

Entre las principales conclusiones arrojadas durante el estudio se encuentra que el diagnóstico del estado actual de los estudiantes ante los conocimientos sobre el trabajo algebraico presenta insuficiencias. Esto conlleva a la necesidad de elaborar un sistema de ejercicios para darle tratamiento a los mismos. Se logró la motivación de los estudiantes así como el incremento del interés sobre temas matemáticos. La valoración de la implementación de la propuesta corroboró su efectividad para favorecer el conocimiento algebraico. El estudio evidenció las carencias existentes en el proceso enseñanza-aprendizaje referente a la integración de los contenidos básicos de la asignatura. Se recomienda aumentar desde enseñanzas tempranas el tratamiento a los errores algebraico con el fin de obtener mayor rendimiento y efectividad en la realización de estudios de esta índole.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Agoiz, Á. C. (2019). Errores frecuentes en el aprendizaje de las matemáticas en bachillerato. Cuadernos del Marqués de San Adrián: revista de humanidades, 11, 129-141. https://www.unedtudela.es/archivos_publicos/qweb_paginas/18038/cuadernos11articulo6.pdf
2. Álvarez Robalino, D. H. (2022). Las inteligencias múltiples en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática de los estudiantes de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa “Veracruz” [Tesis de maestría, Universidad Técnica de Ambato]. Repositorio Institucional UTA <https://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/36843>
3. Bellizzi, S. A. (2019). Diseño de una secuencia didáctica para la detección y superación de errores algebraicos [Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional]. Repositorio Institucional IPN https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/tesis/tesis_maestria/2020/Acosta_2020.pdf
4. Bolaños-González, H., & Lupiáñez-Gómez, J. L. (2021). Errores en la comprensión del significado de las letras en tareas algebraicas en estudiantado universitario. *Uniciencia*, 35(1), 1-18. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S2215-34702021000100001&script=sci_arttext
5. Castillo-Sánchez, M., Gamboa-Araya, R., & Hidalgo-Mora, R. (2020). Factores que influyen en la deserción y reprobación de estudiantes de un curso universitario de matemáticas. *Uniciencia*, 34(1), 219-245. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2215-34702020000100219
6. Concha Cárdenas, D. I. (2019). Eficiencia de la teoría de Situaciones Didácticas en el tratamiento de errores frecuentes en matemática, y su incidencia en la motivación y actitud hacia la matemática. [Tesis de pregrado, Universidad de Concepción] Repositorio Institucional UdeC <http://repositorio.udec.cl/jspui/handle/11594/3288>

7. Dehesa De Gyves, N. (2018). Las Matemáticas puestas en juego. *Épsilon- Revista de Educación Matemática*, 99, 43-54. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/211349/Matem%C3%A1ticas.pdf?sequence=1>
8. Duret Guzmán, Y., & Reyes Cabrera, A. (2015). Sistema de ejercicios para la preparación técnica de los receptores en béisbol de la categoría 11-12 años del área deportiva 'Julio Antonio Mella' del municipio Camagüey. *EFDeportes.com, Revista Digital*. Buenos Aires, 15(150), 1-12. <https://efdeportes.com/efd150/sistema-de-ejercicios-para-los-receptores-en-beisbol.htm>
9. Falcón, A. L. (2021). Los tipos de resultados de investigación en las ciencias de la educación. *Revista Conrado*, 17(S3), 53-61. <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/2137>
10. Flores-Enríquez, A. (2020). Errores que presentan los estudiantes de 2º "A" en el uso de ecuaciones algebraicas en la resolución de problemas. [Trabajo de Licenciatura, Escuela Normal de San Felipe del Progreso]. Repositorio Institucional EDUGEM. https://ade.edugem.gob.mx/bitstream/handle/acervodigitaledu/61258/MIMGTT34_Errores%20que%20presentan%20los%20estudiantes%20de%202%C2%BA%20A.pdf?sequence=3&isAllowed=y
11. Gamboa Araya, R., Castillo Sánchez, M., & Hidalgo Mora, R. (2019). Errores matemáticos de estudiantes que ingresan a la universidad. *Actualidades investigativas en educación*, 19(1), 104-136. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S1409-47032019000100104&script=sci_arttext
12. Ramos Palacios, L. A., Guifarro, M. I., & Casas García, L. M. (2021). Dificultades en el aprendizaje del álgebra, un estudio con pruebas estandarizadas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35, 1016-1033. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a21>
13. Serres Voisin, Y. (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. *SAPIENS*, 12(1), 122-142. http://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1317-58152011000100007&script=sci_arttext
14. Sislema, C. M. A., Tixi, M. B. C., Conterón, M. P. C., Mariño, J. L. H., & Lluco, J. A. M. (2021). 3.-El aprendizaje de las matemáticas a base de los errores algebraicos. *ReNaCientE-Revista Nacional Científica Estudiantil-UPEL-IPB*, 2(1), 44-56. <https://revistas.investigacion-upelipb.com/index.php/renaciente/article/view/1562/1511>
15. Suárez, J. G. (2018). Determinación de fuentes de errores algebraicos a partir del empleo de técnicas de extrapolación algebraica. *Matemáticas, educación y sociedad*, 1(3), 1-14. <https://www.uco.es/ucopress/ojs/index.php/mes/article/view/12836/11654>
16. Suárez, J. G., & Bolaños-González, H. (2022). Errores algebraicos en las producciones de estudiantes universitarios de Costa Rica y México. *Matemáticas, educación y sociedad*, 5(2), 31-45. <https://www.uco.es/ucopress/ojs/index.php/mes/article/view/14237/13437>
17. Téllez Vega, G. I. (2021). Una propuesta didáctica para promover el aprendizaje del concepto de factorización de polinomios algebraicos. [Tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. Repositorio Institucional BUAP <https://repositorioinstitucional.buap.mx/handle/20.500.12371/15625>

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener ningún conflicto de intereses.