Título: La enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos, un imperativo en la formación de los profesores generales integrales de Secundaria Básica.

Autores: Dr. C. Juan Enrique García La Rosa. Profesor asistente.

Lic. Leticia Guillot Mustelier. Profesora Instructora.

Centro de procedencia: Instituto Superior Pedagógico ¨Frank País García”. Santiago de Cuba.

En la actualidad, en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en la Secundaria Básica se lleva a cabo un proceso de transformación y perfeccionamiento encaminado a ubicar el planteamiento y la resolución de problemas en el enfoque metodológico general de esta asignatura como medio para estimular las acciones de aprendizaje de los alumnos, sus actitudes, valores, sentimientos y compromisos individuales y sociales, lo que exige la necesidad de la formación de un profesor general integral de Secundaria Básica capaz de desplegar un trabajo docente – metodológico de mayor calidad, profesionalismo y maestría pedagógica. Para ello este profesional debe caracterizarse por el dominio de los enfoques metodológicos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas para que sea capaz de dirigir el aprendizaje de sus alumnos en su tránsito por los diferentes niveles de desempeño cognitivo.

Una de las mayores dificultades que se manifiesta en el aprendizaje de los alumnos de las secundarias básicas está en la resolución de problemas geométricos como consecuencia de la insuficiente preparación de los profesores generales integrales en formación para la dirección de este proceso.

Para contribuir a esta preparación en esa dirección en este artículo científico se propone un sistema de acciones para la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de la asignatura Matemática de la Secundaria Básica a partir de la explicación de una aproximación a la lógica de resolución de estos problemas.

Antes de exponer los resultados en este artículo científico se aclaran algunos aspectos teóricos que se abordan en el mismo y que sirven para la orientación del lector en la comprensión de este, a saber:

Problema es “toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga transformarla. La vía para pasar de la situación inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida; cuando es conocida deja de ser un problema”[1]. “El concepto de problema

[1] Campistrous Pérez, Luis y Celia Rizo Cabrera: Aprende a resolver problemas aritméticos, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1996, p. IX

lleva implícito una determinada situación inicial en la cual se hacen afirmaciones sobre algo y se establecen determinadas relaciones que satisfacen los objetos o magnitudes involucrados, y después se plantean determinadas exigencias que deben ser cumplidos al final, a partir de las condiciones dadas”[2]. Cuando se habla de resolver un problema nos referimos a “… la actividad de llegar al resultado, es decir, en la búsqueda de vías para provocar la transformación deseada y no solo la solución del problema en sí misma. Esa actividad de búsqueda es la que realmente provoca y estimula el desarrollo de los estudiantes”[3].

Aproximación a la lógica de la búsqueda de la vía de solución a los problemas geométricos.

En la búsqueda de la vía de solución a los problemas geométricos el estudiante debe realizar una serie de actividades muy movidas que no solo requieren del pensamiento lógico, sino también del pensamiento lateral (“forma del pensamiento que no se ajusta necesariamente a la estructura inferencial propia del pensamiento, y que es un componente imprescindible de la creatividad y de la posesión de un pensamiento flexible”[4]) donde se ponga de manifiesto su creatividad, fantasía e imaginación que le permita no solo seguir un camino formalmente lógico sino, hacer conjeturas hipotéticas sobre posibles vías de solución y experimentarlas para cerciorarse de su viabilidad hasta encontrar la que pueda conducirlo a la exigencia planteada. Para ello, este no debe aferrarse a la situación inicial sin el establecimiento de un vínculo continuo con la exigencia del problema. Esto le permitirá buscar, ordenar, reordenar, acomodar, reacomodar, condicionar y reacondicionar los conceptos, proposiciones y procedimientos de la teoría que le posibiliten la búsqueda de una o varias vías de solución que son probables para llegar a la exigencia planteada. En este proceso se tomarán en cuenta las siguientes acciones:

1. *Precisión y explicación de los conceptos, proposiciones y procedimientos geométricos presentes en el problema.*

Para ello, el estudiante deberá leer detenidamente el problema y precisar los conceptos de figuras planas o cuerpos geométricos explícitos en el texto del mismo y/o figura auxiliar (si la

[2] Campistrous Pérez, Luis y Celia Rizo Cabrera: Aprende a resolver problemas aritméticos, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1996, p. 38
[3] Ibídem, p. X
[4] Ibídem, p. 38

misma forma parte del texto) y de otras figuras planas o de otros cuerpos que se descubran o construyan por el propio estudiante para definirlos, buscar todas las proposiciones posibles vinculadas a estos y formularlas, así como los procedimientos probablemente necesarios y describirlos. Este es un momento sumamente imprescindible porque es el que da paso a la próxima acción.

2. *Búsqueda del conjunto estrecho de relaciones probables entre los conceptos, proposiciones y procedimientos.*

Atendiendo a las exigencias del problema el estudiante comienza a deducir una serie de relaciones entre los conceptos, las proposiciones y los procedimientos ya precisados anteriormente, desechando aquellas que resultan casi improbables para la realización de la transformación de las otras relaciones que si tienen un mayor porcentaje de probabilidad. En este proceso el estudiante puede descubrir otros conceptos, proposiciones y procedimientos que son el resultado de esta búsqueda continua de relaciones y, por ende, tenga que definirlos, formularlas y describirlos, respectivamente, y buscar relaciones entre ellos hasta lograr que el conjunto de relaciones probables para la transformación que lo conduzcan a cumplir con la exigencia planteada se vaya reduciendo y obtener, de esta forma, un conjunto estrecho de relaciones probables con el que debe elaborar su plan de solución.

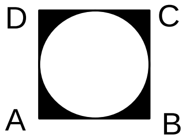
Se ha destacar que en la búsqueda de tales relaciones unas se van relacionando con las otras y de este proceso se deducen otras siendo este un proceso necesario que debe ser aprendido por los estudiantes ya que es donde más dificultades manifiestan por la falta de constancia, perseverancia y el insuficiente desarrollo de habilidades lógicas.

3. *Experimentación y decisión del plan de solución definitivo.*

Una vez que el estudiante tiene el conjunto estrecho de relaciones probables debe comenzar la experimentación, trazándose con dichas relaciones diversos planes de solución que le irán demostrando cuál o cuáles de estas puede todavía desechar e incluso retomar alguna o algunas de las desechadas anteriormente y que el propio experimento le arroja que son necesarias hasta decidir el plan de solución definitivo que irreversiblemente lo conlleve al cumplimiento de las exigencias del problema.

Veamos un ejemplo donde se evidencia esta lógica.

Ejemplo: En la figura se tiene un círculo inscrito en el cuadrado ABCD; $\overline{AC} = 5\sqrt{2}cm$. Calcula el área de la región sombreada.



La situación inicial del problema es que se tiene un círculo inscrito en un cuadrado y la longitud de una diagonal del cuadrado. Como exigencia se plantea el cálculo del área de la región sombreada.

1. *Precisión y explicación de los conceptos, proposiciones y procedimientos geométricos presentes en el problema.*

Del análisis del texto y de la figura dada se reconocen los siguientes conceptos, proposiciones y procedimientos:

Conceptos	Proposiciones	Procedimientos
1. Cuadrado: lados iguales y ángulos rectos.	1. Área del cuadrado: $A_1 = \overline{AB}^2$	1. Sustituir $\overline{AB}$, pero no lo conozco.
2. Círculo Inscrito: lados del cuadrado tangente a la circunferencia del círculo.	2. Área del círculo: $A_2 = pr^2$	2. Sustituir el radio r, pero no lo conozco.
3. Triángulos isorectángulos ABC o ACD (al trazar la diagonal $\overline{AC}$ cuya longitud está dada): catetos iguales ($\overline{AB} = \overline{BC}$ o $\overline{AD} = \overline{CD}$) y ángulos rectos en A o C, respectivamente.	3. Teorema de Pitágoras: $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$	3. Sustituir la longitud de los lados dados y calcular el otro (con los datos que tengo puedo proceder).

2. *Búsqueda del conjunto estrecho de relaciones probables entre los conceptos, proposiciones y procedimientos.*

Relaciones	Conjunto de relaciones probables	Conjunto estrecho de relaciones probables
Entre los conceptos, proposiciones y procedimientos 1 y 3	$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ Como $\overline{AB} = \overline{BC}$ en el triángulo ABC entonces, $\overline{AC}^2 = 2\overline{AB}^2$	$\overline{AB}^2 = \dfrac{\overline{AC}^2}{2}$ (I) $r = \dfrac{\overline{AB}}{2}$ (II)
Entre los conceptos, proposiciones y procedimientos 1 y 2	Como el círculo está inscrito en el cuadrado la longitud del diámetro del círculo es igual a la longitud del lado del cuadrado. Entonces, $r = \dfrac{\overline{AB}}{2}$	

3. <u>*Experimentación y decisión del plan de solución.*</u>

Al experimentar con la relación (I) el estudiante llega a la fórmula para calcular el área del cuadrado: $A_1 = \left(\frac{\overline{AC}^2}{2}\right)^2 = \frac{\overline{AC}^4}{4}$, de la cual conoce a $\overline{AC}$, por lo tanto puede realizar el cálculo.

Al experimentar con la relación (II) el estudiante llega a la fórmula para calcular el área del círculo: $A_2 = p\frac{\overline{AB}^2}{4} = p\frac{\overline{AC}^4}{8}$, de la cual se conoce $\overline{AC}$, por lo tanto puede realizar el cálculo.

De esta forma decide el plan de solución definitivo:

1. Calcular el área del cuadrado mediante la fórmula $A_1 = \frac{\overline{AC}^4}{4}$.
2. Calcular el área del círculo mediante la fórmula $A_2 = p\frac{\overline{AC}^4}{8}$.
3. Calcular el área de la región sombreada utilizando la fórmula $A_{RS} = A_1 - A_2$; entonces, $A_{RS} = \frac{\overline{AC}^4}{4} - p\frac{\overline{AC}^4}{8} = \frac{\overline{AC}^4}{4}\left(1 - \frac{p}{2}\right)$.

Evidentemente para que el estudiante aprenda a resolver problemas geométricos siguiendo la lógica de su resolución a la que hemos pretendido aproximarnos a través de tres acciones fundamentales, exige de este una ejercitación y entrenamiento sistemático y continuo. Para ello, se propone la siguiente tipología de actividades a desarrollar por los estudiantes, atendiendo a su tránsito por los niveles de desempeño cognitivo: actividades a través de las cuales al estudiante se le plantee el problema geométrico y se le pida precisar y explicar los conceptos, proposiciones y procedimientos a partir del análisis del texto y/o de la figura que forma parte de este; actividades donde se le plantee el problema geométrico, se le precisen y expliquen los conceptos, proposiciones y procedimientos presentes en el texto del problema y/o en la figura que forma parte de este para que el estudiante deduzca todas las posibles relaciones entre ellas; actividades donde se le plantee el problema geométrico, se le precisen y expliquen los conceptos, proposiciones y procedimientos y todas las posibles relaciones que entre ellas se deducen para que el estudiante determine el conjunto estrecho de relaciones probables; actividades donde se le plantee el problema geométrico, se le precisen y expliquen los conceptos, proposiciones y procedimientos, todas las posibles relaciones que entre ellos se deducen para que el estudiante determine el conjunto estrecho de relaciones probables, experimente con ellos, decida el plan de solución definitivo y resuelva el problema y; actividades donde se plantee el problema geométrico para que el estudiante lo resuelva transitando por las tres acciones de la lógica aproximada de la resolución de este. Estas actividades se deben concretar en la propuesta de ejercicios y problemas variados que vayan de los más sencillos a los más complejos, atendiendo a las diferencias individuales de los estudiantes.

La aproximación a la lógica de la resolución de problemas geométricos descrita en este trabajo, la tipología de actividades a desarrollar con y por los estudiantes propuestas constituyen un instrumento metodológico que va dirigido a favorecer la enseñanza del aprendizaje de la resolución de problemas geométricos por parte de los profesores de matemática encargados de la formación matemática de los profesores generales integrales de la Secundaria Básica y, a la vez, su sistematización contribuirá a que ese profesor no solo aprenda a resolverlos sino, también, aprenda a enseñar a que sus futuros educandos aprendan a resolver estos tipos de problemas que son cuestiones tan necesarias para elevar la calidad del aprendizaje de la Matemática en las secundarias básicas cubanas.

<u>Bibliografía</u>

1. Campistrous Pérez, Luis: Aprender a resolver problemas aritméticos. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1996.
2. García La Rosa, Juan E.: Sistema de habilidades profesionales para la disciplina Geometría de la carrera Matemática – Computación en función de la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de la Matemática escolar, Tesis doctoral, Santiago de Cuba, 2002.
3. Schoënfeld, A: Sugerencias para la enseñanza de la resolución de problemas. En Separata del libro “La enseñanza de la Matemática a debate”. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. 1985.
4. ___________: La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. Revista Currículo y Cognición. 1992.