

# El aprendizaje de la matemática en los estudiantes de Ingeniería Mecánica

*Learning mathematics in students of Mechanical Engineering*

*MSc. Raquel Ramírez, raquela@uo.edu.cu; MSc. Liliana Bueno-Cala, lili81@uo.edu.cu;  
Lic. Deisy Pérez-Bueno, negrita@uo.edu.cu*

*Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba*

## Resumen

La disciplina Matemática contribuye al desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico y aporta los fundamentos básicos de un especialista en Ciencias Técnicas, dado que todo ingeniero considera representaciones técnicas y científicas en términos matemáticos, con los cuales refleja los rasgos cuantitativos y cualitativos de los fenómenos que estudia. Su objetivo es lograr que el ingeniero domine el aparato matemático que lo haga capaz de modelar y analizar los procesos técnicos, económicos, productivos y científicos, al utilizar, tanto, métodos analíticos como numéricos. La interdisciplinariedad constituye una tendencia pedagógica de actualidad que pone en el centro al tratamiento integral de los complejos procesos de la realidad a partir de la contribución de las diferentes disciplinas y al atender a objetivos comunes. Es necesario abordar la temática de interdisciplinariedad, a partir de diferentes puntos de vistas.

**Palabras clave:** Estudiantes, disciplina, aprendizaje, pensamiento lógico.

## Abstract

Mathematical discipline contributes to the development of logical and algorithmic thinking and provides the basics of a specialist in Technical Sciences, as every engineer considers technical and scientific representations in mathematical terms, with which reflects the quantitative and qualitative features of the phenomena studied. His goal is to make the engineer master the mathematical apparatus to do so able to model and analyze the technical, economic, productive and scientific processes using both, analytical methods and numerical. Interdisciplinarity is a current educational trend that puts in the center the comprehensive treatment of the complex processes of reality from the contribution of different disciplines and meet common objectives. It is necessary to address the issue of interdisciplinarity, from different points of view.

**Key words:** Students, discipline, learning, logical thinking.

## **Introducción**

La Matemática como ciencia sirve de instrumento para conocer y transformar el mundo. Su objeto de estudio son todas las formas y relaciones del mundo real que poseen de forma objetiva tal grado de independencia respecto al contenido. Pueden ser abstraídas de la realidad, así como, aquellas posibles de manera lógica, determinadas sobre la base, formas y relaciones ya conocidas.

El papel de la disciplina Matemática en el Plan de Estudios de la carrera de Ingeniería Mecánica es utilitario y formativo. Utilitario, porque aporta al estudiante los conocimientos necesarios para su formación académica y las herramientas de trabajo que le permitan identificar, interpretar y analizar modelos matemáticos en procesos técnicos, económicos, productivos y científicos vinculados a tareas profesionales de la carrera, así como resolver los problemas que estos conducen. Formativo, porque desarrolla el pensamiento lógico, promueve la búsqueda de soluciones adecuadas y óptimas, posibilita comprobar y realizar la evaluación crítica de sus resultados, lo que desarrolla el control y el autocontrol del estudiante y lo adiestra para alcanzar la independencia en las acciones que ejecuta.

Desde el punto de vista metodológico, le proporciona métodos de trabajo organizado al estimular el pensamiento algorítmico, desarrolla la capacidad de comunicarse en forma oral y escrita a través de la defensa de sus criterios en el proceso de solución de un problema, así como en forma gráfica, al analizar el medio que le rodea, ayuda a organizar las ideas a través de gráficos y contribuye a la toma de decisiones sobre la forma de organizar el espacio a través de la geometría.

Para que la disciplina Matemática juegue su justo papel, se requiere:

- Una estructuración sistémica de los contenidos.
- Un proceso de enseñanza-aprendizaje centrado en el estudiante, que lo convierta en sujeto activo en la construcción y reconstrucción del conocimiento, mediante el uso de nuevas formas y métodos de enseñanza, para que se sienta partícipe de su desarrollo, como un camino para que se comprometa y a la vez se autorrealice, en un proceso participativo que potencie junto a lo instructivo, lo educativo, la formación de valores éticos, morales y estéticos en el estudiante.

La enseñanza y el aprendizaje de la Matemática exigen, por su valor abstracto, la integración de las disciplinas del currículo para que el egresado de las carreras de

ingenierías pueda utilizar conceptos, proposiciones, métodos y habilidades en la solución de los problemas que enfrentarán en su formación y ejercicio profesional. Es necesario para ello, desarrollar un pensamiento científico-metodológico que permita abordar la solución de los problemas profesionales a través de un trabajo conjunto de diversos especialistas en la determinación, formulación y metodología de una proyección interdisciplinar, que se materialice en cada una de las asignaturas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En correspondencia con las exigencias de la enseñanza superior se requiere de un docente preparado:

(...) con predominio del conocimiento profundo de las ciencias pedagógicas; el desarrollo de hábitos y habilidades para utilizar la investigación científica-pedagógica como un instrumento de trabajo cotidiano; y la formación de principios y valores éticos, acorde con las transformaciones y aspiraciones de nuestra sociedad, que se manifiesten como convicciones en la práctica social del educador (Gómez, 2000).

La llegada de un estudiante al contexto universitario lo enfrenta a un mundo complejo en el cual su satisfacción personal es un factor muy influyente en el proceso de adaptación a esa nueva etapa de su vida en la que debe asumir mayores retos que los que ha tenido hasta entonces; aunque tiene una mayor libertad, no siempre es consciente de que ha adquirido una gran responsabilidad consigo mismo, con su familia y con la sociedad. A su corta edad, se ve sometido a las presiones del entorno y a diversas situaciones personales que alteran su cotidianidad, con consecuencias que pueden reflejarse en bajos rendimientos académicos, inestabilidad emocional y que, en algunos casos, pueden llevarlos a la deserción académica. Si al estudiante se le da la posibilidad de acercarse de forma libre a actividades académicas a través de la investigación y del afianzamiento de los conceptos y la posibilidad de aplicarlos a la solución de problemas cotidianos, se le ayuda a reconocer la necesidad que tiene de afrontar por sí mismo, con autonomía y responsabilidad, la integridad de su formación.

El presente estudio pretende develar algunas consideraciones acerca de las relaciones interdisciplinarias en las carreras de ingenierías, considerando la asignatura Matemática un eslabón fundamental en la enseñanza de estas especialidades. Se revisaron los programas analíticos de las asignaturas que se imparten en el primer semestre, el sistema de conocimientos y sistemas de habilidades de cada una de ellas, la cantidad de

horas clases, en qué momento del semestre se imparte y la relación con los contenidos de los tres temas en la asignatura Matemática I.

Para constatar las insuficiencias que se manifiestan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Matemática en la carrera de Ingeniería Mecánica, se realizaron intercambios con docentes de experiencia en la impartición de la asignaturas de la disciplina, visitas a las juntas de años y colectivos de disciplinas y asignaturas, así como la revisión y análisis del plan de estudio. Todo ello arrojó que existen insuficiencias en la autopreparación metodológica de los docentes, en la proyección del sistema de trabajo metodológico de las disciplinas, asignaturas y juntas de año, dirigido al tratamiento de las relaciones interdisciplinarias entre todas las disciplinas del currículo. La elaboración de alternativas metodológicas con algunas consideraciones acerca de las relaciones interdisciplinarias en la carrera Ingeniería Mecánica, toma la asignatura Matemática como eslabón fundamental, pues es el objetivo que se propone para aportar una posible solución a la problemática encontrada. Para la realización del trabajo se escogió como población la carrera de ingeniería mecánica y como muestra el primer año de la misma.

## **Desarrollo**

La interdisciplinariedad constituye una tendencia pedagógica de actualidad que pone en el centro a el tratamiento integral de los complejos procesos de la realidad a partir de la contribución de las diferentes disciplinas y atendiendo a objetivos comunes. Es necesario para una mejor comprensión de este trabajo, abordar la temática de interdisciplinariedad, a partir de la visión de diferentes pedagogos contemporáneos, se considera que:

- Es una forma de pensar y de actuar, es una filosofía y un proceso de trabajo, es un atributo del método, y en consecuencia debe actuar como un método de aproximación a la construcción de cualquier conocimiento, asociada a la necesidad de comunicarse; que permite integrar datos, plantear interrogantes, interactuar con hechos, validar supuestos, extraer conclusiones y contextualizar los resultados alcanzados .
- Determina los nexos comunes de interrelación y cooperación entre las disciplinas (Mañalich, 2004; Salazar, 1998).

- A partir de la interrelación entre las asignaturas, surgen nuevas cualidades no inherentes a cada una de ellas aisladamente, sino al sistema. Estas interrelaciones enriquecen sus marcos conceptuales, sus procedimientos y sus métodos de enseñanza.

El problema de la interdisciplinariedad es considerado por la didáctica como uno de los más importantes por el significado científico y práctico que tiene para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje. En los estudios e investigaciones realizadas se ha demostrado la necesidad de la articulación de la disciplina con el nivel precedente (enseñanza media), y con el perfil del profesional para la carrera, así como de un modelo pedagógico necesario para responder a los objetivos de plan de estudio, las relaciones interdisciplinarias e intradisciplinarias, posibilitando el desarrollo de un aprendizaje de la Matemática que propicie un egresado de la enseñanza media con las condiciones necesarias para enfrentarse al programa de estudio de la ingeniería.

Los conocimientos de las distintas materias están integrados en sistemas que necesariamente deben coordinarse de forma tal que logren formar en el alumno un sistema generalizado de conocimientos integrados en su concepción del mundo. La ingeniería es el conjunto de conocimientos y técnicas científicas aplicadas a la creación, perfeccionamiento e implementación de estructuras (tanto físicas como teóricas) para la resolución de problemas que afectan la actividad cotidiana de la sociedad.

Para ella, el estudio, conocimiento, manejo y dominio de las matemáticas, la física y otras ciencias es aplicado profesionalmente tanto para el desarrollo de tecnologías, como para el manejo eficiente de recursos y fuerzas de la naturaleza en beneficio de la sociedad. La ingeniería es la actividad de transformar el conocimiento en algo práctico.

La carrera de Ingeniería Mecánica consta en su plan de estudio con las siguientes disciplinas: Matemática I, Álgebra Lineal y Geometría Analítica, Inglés Fines Generales I, Informática I, Geometría Descriptiva, Introducción a la Ingeniería Mecánica, Historia de Cuba, Electiva I: El automóvil contemporáneo y Educación vial.

Para la comprensión de los contenidos que recibirán en esta asignatura los estudiantes deben dominar algunos contenidos precedentes como: cálculo numérico y algebraico, representación de funciones, análisis de gráficos y propiedades de las funciones elementales, interpretación de problemas y ejercicios con textos, nociones de la trigonometría, los que se utilizan a lo largo del estudio de la disciplina.

Como se ha señalado, se precisan como objetivos de la disciplina Matemática que los estudiantes se apropien y logren distinguir los aspectos esenciales de esta ciencia para la carrera, las condiciones bajo las cuales se aplican los métodos matemáticos estudiados. Es necesario conocer cuáles son las insuficiencias que presentan los estudiantes y qué variantes pudieran utilizarse, para que sean capaces de investigar, exponer y discutir modelos matemáticos utilizados en la carrera.

Dado el gran volumen de contenidos matemáticos que requiere la carrera y la imposibilidad real de aumentar aún más el número de horas del programa de la disciplina. Es vital realizar un rediseño sistémico de las asignaturas que permita integrar los contenidos a partir de las relaciones y generalizaciones posibles, que de ningún modo significa exponer de forma secuencial y comprimida lo que plantea el programa, sino proponer un tratamiento novedoso y creativo de las asignaturas, que como parte de un todo único, la disciplina, responda a los objetivos generales planteados. Ello requiere de una constante actualización de los profesores de Matemática que trabajan en la disciplina, a través de su participación como tutores o tribunales en proyectos de curso de los años superiores, en trabajos de diploma, en la impartición de las asignaturas de Matemática en las Maestrías de la carrera, entre otras actividades, es conveniente la estabilidad del claustro de la disciplina. Debe lograrse además la realización de actividades metodológicas encaminadas al desarrollo de las relaciones interdisciplinarias con las disciplinas de la carrera como Física, Química, Informática, Dibujo, Geometría Descriptiva, Introducción a la Ingeniería, Mecánica Teórica, así como con la asignatura de Álgebra que recibe dentro de su currículo.

Como la educación necesita ser renovada a fin de preparar a los individuos para prosperar en el mundo del mañana, en un contexto caracterizado por el cambio constante la misma no puede centrarse en el consumo desmedido de información, tiene que permitir a los alumnos aprender a aprender, aprender cómo pensar y aprender cómo crear el futuro. La competencia de los educadores desde el punto de vista científico y técnico se hace imprescindible para el logro de una formación integral del egresado de las carreras de ingenierías. Existen en el mundo diferentes experiencias de alternativas pedagógicas, cuya característica fundamental radica en que sus diseños responden a las exigencias de los entornos y necesidades de los sujetos hacia los que se dirigen.

Se ha logrado en el departamento de Matemática aplicada la integración de los colectivos de asignaturas de las diferentes carreras de ingenierías por año, no es así la integración de estos con el colectivo de las asignaturas del currículo.

El proceso de construcción de las alternativas tuvo como condición fundamental inducir el pensamiento científico metodológico de los docentes para el logro de la integración entre los contenidos de las asignaturas del currículo desde las reuniones de coordinación de año, a través de talleres metodológicos en un colectivo de docentes con experiencia en la impartición de la asignatura.

En estos talleres se debe comenzar con el análisis de los contenidos de los programas de cada una de ellas, de forma tal que no se repitan o se impartan como por primera vez contenidos, notaciones, símbolos, algoritmos en cada asignatura. Se propongan estrategias para la implementación de estos contenidos de forma tal que le propicie al estudiante una visión de la necesidad de cada asignatura para su formación y concientice la aplicación de un contenido de una asignatura a otra. De la misma forma, en estos talleres se expondrán ejercicios integradores donde se materialice la propuesta de la alternativa.

Ejemplos de ejercicios:

1. Dada la matriz

$$A(t) = \begin{pmatrix} 2e^{-t} & e^{4t} \\ 4e^{-t} & 3e^{4t} \end{pmatrix}$$

Compruebe que  $A(t) \bullet A^{-1}(t) = I$

Encuentre  $A(t) = \frac{\partial A}{\partial t}$

Calcule  $\int_0^1 A(t) dt$

R/

$$A(t) = \begin{vmatrix} 2e^{-t} & e^{4t} \\ 4e^{-t} & 3e^{4t} \end{vmatrix} = 6e^{3t} - 4e^{3t} = 2e^{3t} \neq 0$$

es no singular por tanto tiene inversa

Los cofactores para determinar  $A_c(t)$  son los siguientes:

$$c_{11} = 3e^{4t} \quad c_{12} = -4e^{-t}$$

$$c_{21} = -e^{4t} \quad c_{22} = 2e^{-t}$$

$$A_c(t) = \begin{pmatrix} 3e^{4t} & -4e^{-t} \\ -e^{4t} & 2e^{-t} \end{pmatrix} \quad \text{Luego} \quad A_c^t(t) = \begin{pmatrix} 3e^{4t} & -e^{4t} \\ -4e^{-t} & 2e^{-t} \end{pmatrix}$$

Entonces

$$A^{-1} = \frac{A_c^t}{|A(t)|} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}e^t & -\frac{1}{2}e^t \\ -2e^{-4t} & e^{-4t} \end{pmatrix}$$

Comprobando:

$$A(t) \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 2e^{-t} & e^{4t} \\ 4e^{-t} & 3e^{4t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{2}e^t & -\frac{1}{2}e^t \\ -2e^{-4t} & e^{-4t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) 
$$\frac{\partial A}{\partial t} = \begin{vmatrix} -2e^{-t} & 4e^{4t} \\ -4e^{-t} & 12e^{4t} \end{vmatrix}$$

c)

$$\int_0^1 A(t) dt = \begin{bmatrix} \int_0^1 2e^{-t} dt & \int_0^1 e^{4t} dt \\ \int_0^1 4e^{-t} dt & \int_0^1 3e^{4t} dt \end{bmatrix}$$

$$2 \int_0^1 e^{-t} dt = -2 \int_0^1 e^{-t} (-dt) = -2e^{-t} \Big|_0^1 = -2e^{-1} + 2e^0 = -2e^{-1} + 2$$

$$\int_0^1 e^{4t} dt = \frac{1}{4} e^{4t} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} e^4 - \frac{1}{4} \quad \int_0^1 4e^{-t} dt = -4e^{-t} \Big|_0^1 = -e^{-1} - 4$$

$$\int_0^1 3e^{4t} dt = \frac{3}{4} e^{4t} \Big|_0^1 = \frac{3}{4} e^4 - \frac{3}{4} \quad \int_0^1 A(t) dt = \begin{bmatrix} -2e^{-1} + 2 & \frac{1}{4} e^4 - \frac{1}{4} \\ -e^{-1} - \frac{1}{4} & \frac{3}{4} e^4 - \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

2. Un punto material se mueve según la ecuación

$a(t) = 10 \operatorname{sen} t + 3 \cos t, s(0) = 0, v(2\pi) = 12$ . Encuentre la ecuación del desplazamiento  $s(t)$ .

R/



$$\begin{aligned}
 a(t) &= 10\text{sent} + 3\text{cost} & s(t) &= \int v(t)dt \\
 v(t) &= \int a(t)dt & s(t) &= \int (3\text{sent} - 10\text{cost} + 22)dt \\
 v(t) &= \int 10\text{sent}dt + \int 3\text{cost}dt & s(t) &= -3\text{cost} - 10\text{sent} + 22t + c_1 \\
 v(t) &= -10\text{cost} + 3\text{sent} + c & s(0) &= -3\text{cos}0 - 10\text{sen}0 - 22 \cdot 0 + c_1 = 0 \\
 v(2\pi) &= -10\text{cos}2\pi + 3\text{sen}2\pi + c = 12 & -3 + c_1 &= 0 \\
 -10 + c &= 12 & c_1 &= 3 \\
 c &= 22 & s(t) &= 22t + 3 - 3\text{cost} - 10\text{sent} \\
 v(t) &= 3\text{sent} - 10\text{cost} + 22
 \end{aligned}$$

Ejercicios propuestos:

3. Halla  $\int \frac{(3x+5)dx}{x^3 - x^2 - x + 1}$  aplicando el cálculo de matrices.

4. Representa la región del espacio limitada por:

$$W = \{(x, y, z) \in \mathfrak{R}^3 / 0 \leq x \leq 4 - z, 0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 2\}$$

Dar las proyecciones sobre los planos coordenados.

Halla el área de la proyección sobre el plano XZ.

5. Si  $F = \begin{bmatrix} \mu_1(x) & v_1(x) \\ \mu_2(x) & v_2(x) \end{bmatrix}$  es una matriz en la cual sus elementos son funciones

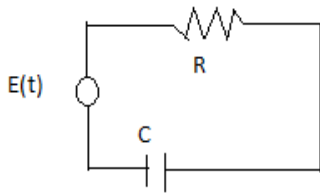
derivables de x y se cumple que: 
$$\frac{\partial |F|}{\partial x} = \begin{vmatrix} \mu_1' & v_1' \\ \mu_2 & v_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mu_1 & v_1 \\ \mu_2' & v_2' \end{vmatrix}$$

Comprueba lo anterior para 
$$F = \begin{bmatrix} X^2 & X^3 \\ 2X & 3X + 1 \end{bmatrix}$$

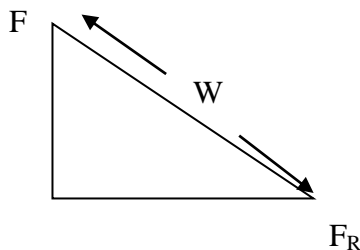
6. En un circuito R-C se tiene que  $R = 10\Omega, C = 10^{-2}F$  y  $E(t) = 10\cos 5t \text{volts}$ .

Se modela según la ecuación  $Rq' + \frac{1}{c}q = E(t)$ , que tiene por solución

$$q(t) = e^{-\int \frac{1}{RC} dt} \int \frac{E(t)}{R} e^{\int \frac{1}{RC} dt} dt$$



- a) Calcula la carga en cualquier instante de tiempo  $t$  si  $q(0)=0$ .
  - b) Calcule la corriente  $i(t)$ , sabiendo que  $q'(t)=i(t)$
7. En la figura se muestra un cuerpo  $W$  que está limitado por un plano inclinado bajo la acción de la fuerza  $F$ , definida como  $F(x, y)=x^2+y^2$ . ¿Cuál es la fuerza mínima  $F$  que se le puede aplicar al cuerpo conociendo que la fuerza de rozamiento  $F_R$  está dada por  $x + y = 6$ ?



## Conclusiones

1. *La puesta en práctica de un acercamiento metodológico interdisciplinar dentro de las asignaturas del currículo de los estudiantes del primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica conducirá a una mejor planificación, organización, diseño y preparación adecuada del colectivo pedagógico, así como la vinculación que debe existir entre las distintas disciplinas que conforman el plan de estudio, capaz de renovar los contenidos de las asignaturas e interrelacionarse en la búsqueda de una mejor salida al contenido que se tributa, posibilitando un acercamiento más a la disciplina Matemática y al aprendizaje desarrollador, renovador y transformador del estudiantado.*
2. *El estudio develó que hay insuficiencias en la integración de los colectivos de asignaturas de las diferentes carreras de ingenierías por año con el colectivo de las asignaturas del currículo, aun cuando se ha logrado en el departamento de Matemática aplicada la integración de los colectivos de asignatura.*

## Referencias Bibliográficas

1. Álvarez P., M. (2001). *La interdisciplinariedad en los departamentos de Ciencias Exactas de la Educación Media*. [CD-Rom] I Congreso Internacional de Didáctica de las Ciencias.
2. Ander-Egg, E. (1994). *Interdisciplinariedad en Educación*. Buenos Aires: Editorial Magisterio del Río de la Plata.
3. Barrera R., J. L. (2000). *Didáctica Comunicativa de las Ciencias Naturales y Exactas*. (Tesis de Doctorado). Instituto Superior Pedagógico "Frank País García". Santiago de Cuba, Cuba.
4. Colectivos de autores. (2007). *Documentos Plan de Estudios "D", carrera Ingeniería Mecánica*. La Habana: MINED.
5. Fiallo R., J. (2004). *La interdisciplinariedad: un concepto muy conocido, Didáctica de las Ciencias*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
6. Gómez. L. I.; Alonso, S.; Rodríguez, H. (2000). *El entrenamiento metodológico conjunto: un método revolucionario de dirección científica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
7. Mañalich S., R. (2004). *Didáctica: Teoría y práctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
8. Morín, E. (2000). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. Cortez, Brasil: Editora-UNESCO.
9. Torroella, G. (s. f.). *Automejoramiento o superación personal*. (CD-Rom).